

Un modèle de lubrification en régime mixte du laminage : Frottement et lubrification en mise en forme = A mixed lubrication model of the cold strip rolling process

Pierre Montmitonnet, Nicolas Marsault, Patrick Deneuville, Pascal Gratacos

▶ **To cite this version:**

Pierre Montmitonnet, Nicolas Marsault, Patrick Deneuville, Pascal Gratacos. Un modèle de lubrification en régime mixte du laminage : Frottement et lubrification en mise en forme = A mixed lubrication model of the cold strip rolling process. Revue de Métallurgie, 2001, 5, pp.Pages 423-433. 10.1051/metal:2001196 . hal-00574215

HAL Id: hal-00574215

https://minesparis-psl.hal.science/hal-00574215

Submitted on 7 Mar 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Un modèle de lubrification en régime mixte du laminage

P. Montmitonnet*, N. Marsault*,+,
P. Deneuville**, P. Gratacos***

* Centre de Mise en Forme des Matériaux (CEMEF),
École Nationale Supérieure des Mines de Paris, Sophia Antipolis
** Pechiney - Centre de Recherches de Voreppe
*** Irsid - Groupe Usinor, Maizières-les-Metz
+ Maintenant chez Vetrotex, Chambéry

Le régime de lubrification mixte est le plus fréquemment rencontré en laminage à froid. Sa modélisation est le but de cet article. La lubrification, phénomène interfacial, est fortement couplée à la mécanique de l'opération de laminage. C'est pourquoi le modèle présenté assemble un modèle macroscopique de laminage (méthode des tranches élasto-plastiques) et un modèle microscopique de lubrification en régime mixte, lui-même composé d'une équation de Reynolds entre surfaces rugueuses (formation du film lubrifiant) et d'une équation d'évolution de la rugosité, par conformation de la tôle au cylindre. Les principes du modèle sont présentés, comparés à ceux de la littérature, ses hypothèses et ses résultats sont discutés, et quelques applications sont évoquées.

■ INTRODUCTION

L'intérêt qui a été porté à la modélisation de la lubrification du laminage à froid tient d'une part à la grande importance économique de ce procédé, d'autre part à sa relative simplicité : le régime stationnaire y est prépondérant. Il vient enfin du rôle capital du frottement dans cette opération à outils moteurs, rôle d'autant plus grand que la tôle est mince (ou, pour mieux dire, que le rapport de la longueur d'arc de contact à l'épaisseur est grand).

Manuscrit reçu le 15 juin 2000, bon à publier le 21 octobre 2000 .

© La Revue de Métallurgie 2001.

Des études expérimentales (1) semblent montrer qu'un coefficient de frottement unique pour toute l'emprise ne peut suffire, ce qui fait que l'on a du mal à « ajuster » simultanément force, couple et glissement en avant avec un modèle mathématique de laminage, si performant soit-il, utilisant une simple loi de Coulomb par exemple. S'il faut une modélisation locale du frottement, elle ne peut que faire appel à une analyse de la physique des interactions de contact, puis à leur modélisation, enfin au couplage de ce modèle tribologique avec le modèle de laminage.

Dès les années 1960, des modèles de lubrification hydrodynamique (HD) sont apparus, dérivés des modèles de lubrification élasto-hydrodynamique (EHD). Ces modèles n'étaient certes pas les mieux adaptés, puisque le laminage fonctionne le plus souvent en régime mixte (2) ; mais un modèle HD est plus simple à construire, et quelques opérations s'effectuent en HD. Puis, dans les années 1970, on a introduit la rugosité pour analyser le caractère mixte en estimant l'aire réelle de contact (« les plateaux »). Plus tard (années 80), des modèles ad hoc d'évolution de cette rugosité ont été construits, et introduits dans les modèles de régime mixte. Enfin, l'effet de la rugosité sur l'entraînement du lubrifiant a été reconnu, et modélisé en utilisant la notion de « flow factors » introduite dans les années 1970 en EHD. La confrontation expérience - théorie a ainsi donné naissance à des générations successives de modèles de régime mixte en laminage. On notera enfin que de tels modèles couplés donnent une estimation de l'état de surface du produit, en plus de la mécanique de l'opération.

■ REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Modèles HD

Toute analyse de lubrification par un fluide visqueux repose sur l'équation de Reynolds, dérivée des équations de Navier-Stokes sous l'hypothèse d'une épaisseur de film petite et lentement variable : on en déduit que la pression ne dépend pas de y, et que le champ de vitesse est parabolique en y (x est la coordonnée dans la direction de laminage DL, y dans la direction verticale DN ; z serait la direction transverse DT) ; puis, ayant calculé le débit massique, on écrit sa conservation, qui donne l'équation de Reynolds.

A mixed lubrication model of the cold strip rolling process

P. Montmitonnet*, N. Marsault*,+,
P. Deneuville**, P. Gratacos***

* Centre de Mise en Forme des Matériaux (CEMEF),
École Nationale Supérieure des Mines de Paris, Sophia Antipolis
** Pechiney, Centre de Recherches de Voreppe
*** Irsid - Groupe Usinor, Maizières-les-Metz
+ Now at Vetrotex, Chambéry

Lubrication in cold rolling processes was first modelled using the plasto-hydrodynamic theory (3, 6). Short after came the first mixed lubrication models (11). Later on more sophisticated description of the physics of mixed lubrication was included : in (16, 17) the so-called "high speed" mixed models, then in (19) the "low speed" models. The present paper describes an effort towards more general models covering the whole range of rolling speeds, see also (21, 24). Basically, the proposed model describes rolling under mixed lubrication with a set of ODE's representing :

- *the elasto - plastic déformation of the rolled strip (slab method) [7] ;*
- *the formation of a lubricant film and its evolution with Reynolds equation involving flow factors to include the coupling with (evolving) roughness [14a] ;*
- *the deformation of roughness peaks through micro-plastic equations [11a] et [12].*

The model in fact includes a transition between a "low speed" type model at entry and a "high speed" model starting at some place in the plastic deformation zone where lubricant pressure p_b *reaches the average pressure* p.

These equations are solved simultaneously by a 4-th order Runge - Kutta method ; at each step in x, *the real area of contact* $A(x)$ *and the local average film thickness* $h_t(x)$ *are used to compute the local friction stress injected in [7] for the next step. Three embedded iterations loops are necessary (fig. 2) : the inmost one to determine the lubricant throuput* Q *corresponding to boundary conditions on Reynolds's equation, the middle one to find the entry velocity (or forward slip) in line with the applied strip tensions, and the outmost one to couple the roll elastic deformation (using the FEM).*

Examples of application are presented to show which kind of information on the process can come out of the model. One fitting parameter only remains, the (supposedly dry) friction coefficient on "plateaux", since lubricant viscosity and strip and roll roughness data (grouped in a composite roughness) are explicitly taken into account as part of the entry data. Application to an experimental campaign then shows that this local plateaux friction coefficient is not intrinsic but depends on rolling speeds, which points to some micro-HD phenomena taking place. This supports a discussion on possible further refinement of the model, first from the physical point of view (several kinds of plateaux, either dry, or under micro-mixed or micro-HD conditions ; thermal coupling) then from the numerical point of view (moving to Finite Differences e.g.) as the model remains quite computationnally intensive.

Dans la suite, nous traitons des problèmes de déformation plane (2D) ; l'équation de Reynolds (1D) s'écrit (*fig. 1*) :

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}.\frac{dp}{dx}\right)=\frac{d}{dx}\left((\mathbf{V}_{cyl}+\mathbf{V}_{bande})\frac{\rho h}{2}\right)+\frac{\partial \rho h}{\partial t} \qquad [1]$$

$h(x)$ est la fonction épaisseur de film, $p(x)$ la pression du fluide, $\eta(T,p)$ sa viscosité, $\rho(T,p)$ sa masse volumique (dans tous les articles traitant de laminage, elle est supposée constante et disparaît de l'équation). V_{cyl} est la vitesse du cylindre (constante) et $V_{bande}(x)$ celle de la bande, variable dans l'emprise. Le terme $\partial\rho h/\partial t$ disparaît pour les procédés stationnaires comme le laminage. On notera alors la forme une fois intégrée (en supposant le comportement incompressible pour simplifier) :

$$\frac{dp}{dx}=\frac{12\eta}{h^3}\left((\mathbf{V}_{cyl}+\mathbf{V}_{bande})\frac{h}{2}-Q\right) \qquad [2]$$

où Q est le débit :

$$Q=(\mathbf{V}_{cyl}+\mathbf{V}_{bande})\frac{h}{2}-\frac{h^3}{12\eta}.\frac{dp}{dx}=\text{constante} \qquad [3]$$

L'intérêt de l'approche HD est qu'elle donne aussi en tout point la contrainte de frottement :

$$\tau(x)=\eta[p(x),T(x)].\frac{V_{cyl}-V_{bande}(x)}{h(x)}+\frac{h(x)}{2}.\frac{dp}{dx} \qquad [4]$$

Si le premier modèle de frottement lubrifié en régime HD dans l'emprise est dû à Cheng (3), ce n'est qu'un peu plus

Nomenclature

$A(x)$: proportion d'aire réelle de contact (les plateaux)

C (m) : demi-distance entre les axes des cylindres

C_{bande} ($J.Kg^{-1}.K^{-1}$) : chaleur massique de la bande

C_{lam} (N.m/m) : couple de laminage (par cylindre et par unité de largeur)

$e(x)$ (m) : épaisseur de la bande (e_1, e_2 : en entrée, en sortie)

E : intensité de plastification

E_{act} ($J.mol^{-1}$) : énergie d'activation de la viscosité

$f(z)$: fonction densité de répartition des hauteurs de rugosité

F_{lam} (N/m) : force de laminage par unité de largeur

G : glissement en avant : $G = V_{sortie}/V_{cyl}-1$

H_a (Pa) : résistance des aspérités à l'écrasement

$h(x)$ (m) : distance entre lignes moyennes des surfaces solides rugueuses, non réactualisées

$h_t(x)$ (m) : épaisseur moyenne locale de lubrifiant (m)

h_0 (m) : épaisseur en entrée de zone plastique (modèle HD)

L (m) : périodicité des crêtes longitudinales de rugosité

L_c (m) : longueur d'emprise

m_a : coefficient de frottement de Tresca sur les plateaux

p (Pa) : pressions ($p(x)$: pression globale de laminage ; p_a : pression sur les plateaux ; p_b : pression du lubrifiant dans les vallées)

Q ($m^3.s^{-1}$) : débit (de lubrifiant)

R ($J.mol^{-1}\,K^{-1}$) : constante des gaz parfaits

R_{cyl} (m) : rayon des cylindres

t (s) : temps

$T(x)$(K) : température ($T_{bande}(x)$: température de la bande ; T_{cyl} : du cylindre ; T_0 : température ambiante, i.e. de la bande en entrée)

T_1, T_2 (Pa) : tensions de bande (entrée, sortie)

V ($m.s^{-1}$) : vitesses, composantes selon x (V_{cyl} = vitesse de laminage, $V_{bande}(x)$ = vitesse locale du métal laminé, $V_{entrée}$ (V_{sortie}) vitesse d'entrée (de sortie) de la bande

v_a,v_b ($m.s^{-1}$) : vitesses microscopiques d'écrasement des sommets de pics et de remontée des fonds de vallées

x,y,z (m) : coordonnées dans la direction de laminage (DL), dans la direction normale à l'interface (DN), dans la direction transverse (DT)

x_0, x_s (m) : abscisse de début de la zone de déformation plastique, point de sortie d'emprise

$y_{cyl}(x)$ (m) : profil du cylindre

α (radian) : angle d'attaque de l'emprise (équation [5])

γ (Pa^{-1}) : coefficient de piézo-viscosité

$\bar{\varepsilon}$,$\dot{\bar{\varepsilon}}$: déformation et vitesse de déformation généralisée

$\dot{\varepsilon}_{yy}$ ($\dot{\varepsilon}_{xx}$) : vitesse macroscopique de déformation selon y (selon x)

ϕ : flow factors (ϕ^p : du débit, terme de gradient de pression, ϕ^s : du débit, terme de cisaillement, ϕ^f, ϕ^{fs}, ϕ^{fp} : de la contrainte de cisaillement ; voir [14a,14b])

η (Pa.s) : viscosité du lubrifiant (η_0 : viscosité à température T_0 et pression ambiante)

μ, $\bar{\mu}$: coefficients de frottement de Coulomb ($\bar{\mu}$ coefficient moyen dans l'emprise)

ρ ($Kg.m^{-3}$) : masse volumique du lubrifiant

σ (m) : rugosité composite RMS (σ_{cyl} : rugosité RMS du cylindre, σ_{bande} : de la bande)

σ_{xx},σ_{yy},σ_{zz} : contraintes (longitudinale, normale, transverse) (Pa)

σ_0 (Pa) : contrainte d'écoulement du métal de la bande

τ (Pa) : contraintes tangentielles de frottement (τ_a : sur les plateaux ; τ_b : dans les vallées)

θ (radian) : angle local de la tangente au cylindre avec l'horizontale

tard qu'une véritable analyse de la formation du film lubrifiant, par l'équation de Reynolds, est venue clarifier le propos. Pour y parvenir, on utilise une technique précédemment utilisée en EHD (4), pour éviter d'avoir à intégrer [1], couplée à un modèle de laminage, de l'entrée à la sortie, avec les conditions aux limites délicates qui y correspondent si l'on veut éviter de passer par des pressions négatives bien sûr impossibles (5). S'appuyant sur la connaissance de la mécanique du laminage, on introduit une condition « aux limites » *à l'intérieur* du système, condition qui découple une zone d'entrée et une zone de travail (*fig. 1*) : au point x_0 (inconnu) de début de déformation plastique de la tôle, $p = \sigma_0 - T_1$ (contrainte d'écoulement du métal - contrainte de contre-traction) *et* $dp/dx = 0$. On peut alors intégrer entre $x = -\infty$ et $x = x_0$ (inconnu) et en déduire la for-

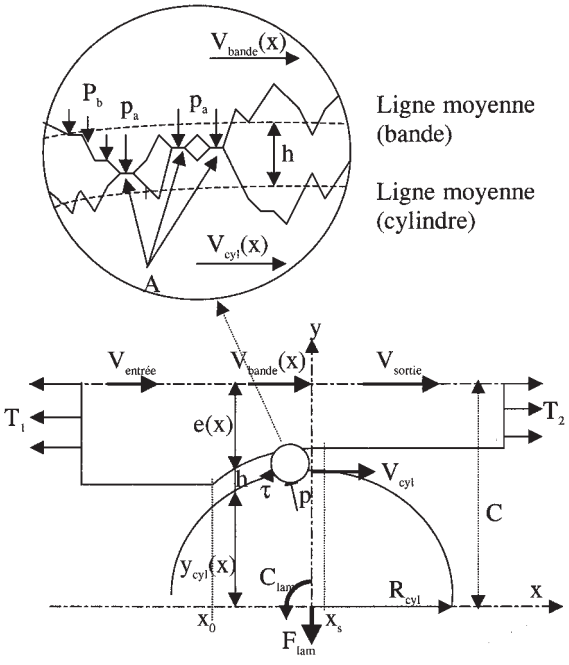


Figure 1 – Description du système étudié et nomenclature.

Figure 1 – Description of the system and nomenclature.

mule de Wilson et Walowit (6) donnant x_0 et l'épaisseur h_0 en début de déformation plastique de la tôle :

$$h_0 = \frac{3\eta_0\gamma(V_{cyl} + V_{entrée}).\cot\alpha}{1-\exp(-\gamma[\sigma_0 - T_1])} \qquad [5a]$$

avec :

$$\tan\alpha \approx \sqrt{(e_1 - e_2)/R_{cyl}} \qquad [5b]$$

T_1 est la contre-traction, et α l'angle d'attaque. R_{cyl} est le rayon du cylindre, e_1 et e_2 les épaisseurs de la tôle en entrée et en sortie. La viscosité est ici prise sous la forme :

$$\eta = \eta_0.\exp\left(E_{act}.[1/RT - 1/RT_0]\right).\exp(\gamma p) \qquad [6]$$

Dans la suite de l'emprise, la répartition de pression de contact est calculée en modélisant la déformation plastique de la tôle, le plus souvent sous forme d'une équation différentielle ordinaire (ODE) par une méthode de tranches :

$$\frac{d}{dx}\left[e\left(-p - \tau.\tan\theta + 2/\sqrt{3}\,\sigma_0\right)\right] = 2\left(p.\tan\theta - \tau\right) \qquad [7]$$

ou, sous forme simplifiée négligeant l'écrouissage, remarquant que $\tau.\tan\theta << p$ et $de/dx = -2\tan\theta$:

$$e(x)\frac{dp}{dx} + \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_0.2\tan\theta(x) + 2\tau(x) = 0 \qquad [7bis]$$

Dans de nombreux cas, compte tenu des gradients de pression modérés dans la zone plastique, on néglige le terme de Poiseuille en dp/dx et l'équation de Reynolds se simplifie (3, 6) :

$$(\mathbf{V}_{cyl} + \mathbf{V}_{bande}).h = cons\,tan\,te = (\mathbf{V}_{cyl} + \mathbf{V}_{entrée}).h_0 \qquad [8]$$

Sous la même hypothèse, la contrainte de frottement [4] devient :

$$\tau(x) = \eta[T(x), p(x)].\frac{V_{cyl} - V_{bande}(x)}{h(x)} \qquad [4bis]$$

La conservation du débit de métal implique que $V_{bande}(x) = V_{entrée}.e_1/e(x)$. L'équation [8] – conservation du débit de lubrifiant – permet alors de déterminer $h(x)$ en tout point de la zone plastique. [4] (ou [4bis]) explicite alors $\tau(x)$ en fonction de $p(x)$. On reporte les expressions de $e(x)$ et de $\tau(x)$ dans [7] ou [7bis], où $p(x)$ devient la seule inconnue : on peut alors résoudre cette équation. Cela constitue la base des nombreux modèles de lubrification HD du laminage qui se sont succédés, l'un ajoutant la thermique du lubrifiant (7), l'autre l'élasticité de la tôle ou du cylindre (8). La méthode des tranches peut être remplacée par une méthode d'éléments finis (9), de même que la résolution de l'équation de Reynolds (10). On pourrait aussi – mais le gain serait faible – résoudre [7] ou [7bis] avec une répartition $\tau(x)$ donnée pour avoir $p(x)$. $p(x)$ connu, [2] devient une équation du troisième degré en $h(x)$ (car $Q = V_{entrée}.h_0/2$ est connue aussi d'après [5]) : c'est ce que l'on appelle la résolution en mode inverse de l'équation de Reynolds. Il resterait à calculer $\tau(x)$ par [4] et à reboucler (itérativement) dans [7].

Passage au régime mixte : première génération

La première tentative a été faite par Tsao et Sargent (11) :

– l'épaisseur de film h est calculée en tout point de l'emprise par [5], [8] et constitue la distance entre les lignes moyennes des surfaces ;

– les rugosités initiales de la tôle et du cylindre, supposées gaussiennes, sont regroupées sous forme de rugosité composite, d'écart-type :

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{cyl}^2 + \sigma_{bande}^2}$$

– à partir de h et σ, l'aire réelle de contact $A(x)$ est déduite du modèle de contact *élastique* entre surfaces rugueuses de Greenwood (12) ;

– le frottement s'en déduit par moyenne pondérée d'un frottement constant (« frottement de Tresca ») sur les « plateaux » et d'un frottement visqueux [4bis], avec $dp/dx \approx 0$, dans les « vallées » :

$$\tau(x) = A.\tau_a + (1-A).\tau_b = A.m_a.\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} + (1-A).\eta(x)\frac{V_{cyl} - V_{bande}(x)}{h(x)} \qquad [9]$$

Un couplage itératif doit être assuré entre modèle tribologique et modèle de laminage du fait de la dépendance du rayon R_{cyl} [5] – plus généralement de la forme du cylindre – par rapport à la force ou aux contraintes de contact, qui elles-mêmes dépendent du frottement par [7bis] (on se reportera à (13, 14) pour une analyse des déformations de cylindres).

Ce premier modèle de régime mixte ne s'intéressait pas à la répartition de la charge $p(x)$ entre les vallées et les plateaux. Une approche assez semblable reste en vigueur dans (15).

Régime mixte : deuxième génération (tôle rigide-plastique, cylindres rigides)

Modèles d'écrasement de la rugosité

C'est cette lacune que tenteront de combler les modèles suivants de Wilson et Sheu (16) et de Johnson et Sutcliffe (17). À la répartition de contrainte de frottement [9], ces auteurs ajoutent une répartition de la pression de contact (p_a = pression sur les plateaux, p_b = pression fluide dans les vallées) :

$$p(x) = A.p_a + (1-A).p_b \qquad [10]$$

Cette relation introduit deux inconnues et une seule équation : il faut donc une autre équation. Elle est donnée par des modèles d'écrasement *plastique* (et non plus élastique) d'aspérités qui se mettent sous la forme :

$$p_a - p_b = H_a(A, E) \qquad \text{avec} \quad E = \frac{\dot{\varepsilon}_{yy}.L}{v_a + v_b} \qquad [11a,b]$$

E représente l'effet de la plasticité du substrat : sur un substrat plastiquement déformé, une aspérité se déforme plus facilement, sa « dureté » H_a diminue. E est un rapport entre la vitesse de déformation macroscopique ($\dot{\varepsilon}_{yy}$) et les vitesses microscopiques v_a (vitesse de descente des plateaux) et v_b (vitesse de remontée des fonds de vallées) ; L est la demi-distance entre aspérités supposées être des crêtes longitudinales, périodiques selon DT.

On notera un double couplage dans [11] : couplage plastique micro-macro sous-jacent à la définition de E, et couplage vallées - plateaux (fluide - solide) lié à la présence du terme p_a-p_b au premier membre (la pression dans les vallées, par effet de critère de plasticité, « aide » les plateaux à résister à l'écrasement).

On exprime aussi le rapprochement des surfaces solides :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{(v_a + v_b)}{V_{bande}(x)} = -\frac{\dot{\varepsilon}_{xx}.L}{V_{bande}(x).E} \qquad [12]$$

E peut se tirer de [11a] si A, p_a et p_b sont connus au point x. $V_{bande}(x)$ et $\dot{\varepsilon}_{xx}(x)$ s'expriment simplement par la conservation du volume de métal compte tenu de la géométrie du système.

Relations microgéométriques

Dans ces modèles, on est amené à distinguer une épaisseur moyenne de film lubrifiant $h_t(x)$ et une épaisseur fictive, égale à la distance entre les lignes moyennes de la rugosité du cylindre et de la tôle, *supposée non déformée*, h(x). Il est à noter que h peut devenir négative, ce qui est bien sûr impossible pour h_t. h et h_t ne sont égales qu'en l'absence de tout contact entre aspérités, i.e. en régime HD pur, et sont reliées par :

$$h_t(h) = \int_{-\infty}^{h} (h - z).f(z).dz = \int_{-\infty}^{h} (1 - A(z)).dz \qquad [13a]$$

$$A(h) = 1 - \int_{-\infty}^{h} f(z).dz = -\frac{dh_t}{dh} \qquad [13b]$$

f(z) est la fonction densité de répartition des hauteurs z de la rugosité, σ est son écart-type. Ces relations sont explicitées soit par une approximation, dite de Christensen, d'une répartition gaussienne :

$$f(z) = \frac{35}{96\sigma}\left(1 - \left[\frac{z}{3\sigma}\right]^2\right)^3$$

pour $z \in [-3\sigma, 3\sigma]$, soit, pour des rugosités périodiques déterministes triangulaires « en dents de scie », par :

$$f(z) = \frac{1}{2\sigma\sqrt{3}}$$

pour $z \in [-\sigma\sqrt{3}, \sigma\sqrt{3}]$.

Effet de la rugosité sur l'écoulement du lubrifiant : « flow factors »

Dans (16), et dans de nombreux articles par la suite, l'équation de Reynolds a été modifiée pour tenir compte de l'effet de la rugosité par la technique dite des « flow factors » (18) :

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{h^3}{12\eta}.\phi^P.\frac{dp}{dx}\right) = \frac{V_{cyl} + V_{bande}}{2}.\frac{dh_t}{dx} + \sigma\frac{V_{cyl} - V_{bande}}{2}.\frac{d\phi^s}{dx} \qquad [14a]$$

$$\tau(x) = \eta\frac{V_{cyl} - V_{bande}}{h_t}(\phi^f \pm \phi^{fs}) + \frac{h}{2}\frac{dp}{dx}.\phi^{fp} \qquad [14b]$$

Les « flow factors » ϕ expriment l'influence de la rugosité sur le débit (donc l'épaisseur de film) et sur les contraintes de cisaillement. La rugosité freine l'écoulement de Poiseuille, en dp/dx, mais entraîne le lubrifiant par le terme de Couette, en $(V_{cyl}$-$V_{bande})/h_t$. Les ϕ s'expriment en fonction de h/σ et de l'orientation de la rugosité, synthétisée par le nombre de Peklenik, rapport des longueurs d'auto-corrélation selon DL et DT. Ultérieurement (19), pour éviter des difficultés liées au passage de h par 0, les fonctions ϕ ont été modifiées pour que l'on puisse également utiliser h_t dans l'écriture du terme de Poiseuille.

Technique d'intégration des équations

[2] (ou [14a] mise sous une forme équivalente), [7] ou [7bis] et [12] (ou une forme équivalente exprimant l'évolution de la rugosité) forment ainsi un système d'ODE qui sont résolues par une méthode de Runge - Kutta dont [9], [10], [11] et [13] servent à exprimer les coefficients. La mise en œuvre de ces équations fait appel à une division du système en trois zones selon DL (16). Dans (17), seules les deux premières zones sont étudiées, le film étant considéré comme formé à leur sortie ; son évolution ultérieure serait donnée e.g. par [8]. Des hypothèses différentes sont faites dans les diverses zones :

1) Zone d'entrée ($x < x_0$ sur la figure 1, bande élastique, i.e. $p < \sigma_0$). Au fur et à mesure que les deux surfaces se rapprochent, h diminue de façon connue ; on en déduit h_t et A de manière purement géométrique (à partir des relations [13]). [12] n'est donc pas utilisée ; [7] n'est pas disponible puisque la tôle ne se déforme pas plastiquement ; [11a], activée dès que les aspérités touchent la surface du cylindre, se simplifie en $p_a \sim 3\,\sigma_0$ (écrasement d'aspérités sur substrat élastique) ; p_b est donné par l'équation de Reynolds [1] ou [14a] (sens direct : h connu, l'intégration donne p) ; enfin, $p = Ap_a + (1 - A)p_b$.

2) Zone de transition (juste après x_0 sur la figure 1). On fait l'hypothèse que p reste provisoirement égal à σ_0, sans autre justification que la faible longueur de cette zone, qui assure que la perturbation reste petite. On n'a donc pas à résoudre [7]. Cette hypothèse étend celle du régime HD (dp/dx = 0 au point x_0). p_b augmente suivant [1] jusqu'à ce que $p_a = p_b$ (critère de fin de cette zone) ; [10] joint à $p = \sigma_0$ donne p_a, qui diminue du fait de la plastification du substrat ; [11a] donne alors E (ou dE/dx) qui, reporté dans [12], explicite dh/dx.

3) Zone de travail ($x_0 < x < x_s$, bande plastique, $p > \sigma_0$). On ne voit pas de raison physique permettant que $p_b > p_a$; donc on suppose que $p = p_a = p_b$. dp_b/dx (= dp/dx) ainsi connu par le modèle de tranches, on en déduit $h_t(x)$ (Reynolds inverse), donc dh_t/dx dont découlent dh/dx et dA/dx. On notera que dans cette zone, l'équation d'écrasement [11a] n'est plus utile (en fait, une inconnue, p_a, disparaissant, [11a] n'est plus utilisable). L'intégration de ces ODE donne la solution en p, A et h dont on déduit toutes les autres variables.

À l'usage, ces modèles, qui ne convergent pas pour les « basses vitesses » (i.e. les faibles épaisseurs), ont ultérieurement reçu la dénomination de « modèles de régime mixte haute vitesse » (19).

Régime mixte : troisième génération (tôle rigide-plastique, cylindres rigides)

La raison de l'absence de convergence est qu'à basse vitesse, dans la réalité, la pression dans les vallées n'atteint nulle part celle sur les aspérités, qui continuent dans toute l'emprise de porter l'essentiel de la charge. Il faut donc modifier comme suit la stratégie d'intégration (19).

• *zone d'entrée* : mêmes équations et même traitement, jusqu'à ce que $p = \sigma_0$;

• *zone de travail* : il n'y a pas de zone de transition ; dans la zone de travail, dp_b/dx est toujours donné par l'équation de Reynolds, sens direct [2]. dh/dx est donné par le modèle d'écrasement d'aspérités sous la forme [12] ; on en déduit dA/dx par [13] (tout en exprimant E en fonction de p, p_b et A par [11a], et en explicitant V_{bande} et $\dot{\varepsilon}_{xx}$). Le modèle de tranches [7] ou [7bis] donne dp/dx (qui dépend de A par [9]). C'est ce système de trois ODE que l'on intègre.

Le problème est que ce type de modèle ne converge pas pour les « hautes vitesses » (proches du régime HD) parce que $p_b(x)$ tend à devenir très supérieur à $p(x)$.

On constate pour finir (20) qu'entre le domaine de convergence des modèles « haute vitesse » et celui des modèles « basse vitesse «, il existe en général un fossé où aucune des deux méthodes ne marche. On notera cependant que, très récemment, le domaine de convergence des modèles « basse vitesse » a été étendu par (21) en remplaçant l'intégration de [1] (ou [14a]) par une méthode de différences finies.

Remarque sur les conditions aux limites

L'utilisation de la forme du second ordre [1] ou [14a] implique d'écrire deux conditions aux limites. Mis à part l'astuce qui, en HD, consiste à les écrire toutes deux en x_c, la façon naturelle de faire donne une condition loin en amont ($p = 0$) et une condition loin après la sortie ($p = 0$). Mais intégrer de cette façon conduit à des invraisemblances (la pression passe en général en dessous de 0). Il faut en fait écrire une condition de cavitation en sortie de contact (22), par exemple $p = 0$ et $dp/dx = 0$ en un point inconnu x_s. Dans les modèles 1D, on utilise une autre stratégie : en prenant la forme du premier degré [2], on introduit une variable supplémentaire, le débit Q, que l'on utilise pour une méthode de tir : on en choisit une approximation pour intégrer une première fois, puis, constatant que la condition en sortie n'est pas vérifiée, on la modifie itérativement jusqu'à corriger ce défaut.

■ MODÈLE ÉLASTOPLASTIQUE MIXTE HAUTE VITESSE - BASSE VITESSE

Outre le besoin de construire un modèle capable de fonctionner sur toute la gamme de vitesse intéressante en pratique, nous avons souhaité réintégrer l'élasticité de la bande comme des cylindres. En effet, il a été montré (8) que les pré-déformations élastiques, même faibles, modifiaient suffisamment la forme du convergent pour augmenter significativement l'épaisseur de film lubrifiant ; ce résultat, vrai en HD où tout se passe dans la zone d'entrée, doit être étudié en régime mixte. Nous ne détaillerons pas le passage du rigide - plastique à l'élastoplastique, qui alourdit les équations sans rien changer au principe, et nous renvoyons à (20). De même, l'élasticité du cylindre, traitée par une méthode d'éléments finis (23) se traduit simplement par un niveau de boucle d'itérations supplémentaire (voir l'organigramme *figure 2*).

Donnons cependant les grandes lignes de la mise en équations, détaillée dans (20) :

• Dans la zone d'entrée (bande élastique), [2] (+ les « flow factors » de [14a])(*) donne dp_b/dx (=dp/dx), [7] est réécrite pour exprimer $d\sigma_{xx}/dx$; ayant les deux composantes de contraintes, on en déduit les deux composantes de déformation dont on tire de/dx (évolution de la géométrie de la bande, qui gère l'angle d'attaque « local ») et dV_{bande}/dx. Toutes les autres équations servent à expliciter les seconds membres de ce système différentiel. On distingue en particulier la partie amont, sans contact, donc HD, de la partie la plus proche de l'emprise, où les contacts ont commencé, ce qui active [9-13].

• La zone de travail plastique commence comme un modèle « basse vitesse », en conservant [2] qui donne dp_b/dx ($\neq dp/dx$). La loi de comportement (équations élastoplastiques de Prandtl-Reuss) et l'équation d'équilibre [7] donnent $d\sigma_{xx}/dx$, $d\sigma_{yy}/dx$ (=$-dp/dx$) et dV_{bande}/dx. Pour de simples raisons pratiques, l'équation micro-géométrique est écrite cette fois en de/dx et non plus dh/dx, sachant qu'il existe une relation géométrique simple entre $e(x)$ et $h(x)$:

$$e/2 + h + y_{cyl} = C \qquad [15]$$

$y_{cyl}(x)$ est la forme du cylindre, C la demi-distance entre axes des cylindres.

* Il faut noter que l'expression de ces « flow factors » tient compte d'une transition vallées ouvertes - poches fermées lorsque A augmente : c'est le « seuil de percolation », qui dépend de l'orientation de la rugosité, i.e. du nombre de Peklenik (voir le texte de Letalleur, Plouraboué et Prat dans ce numéro).

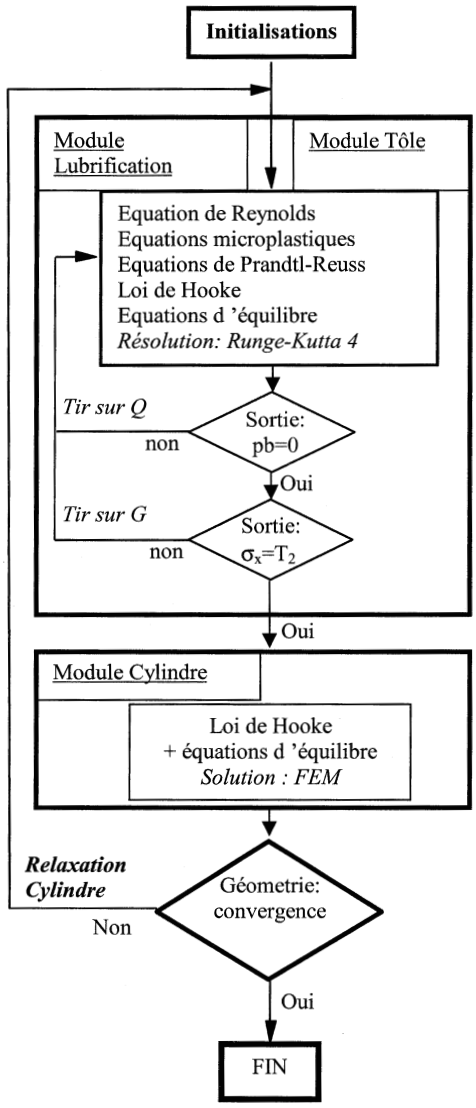


Figure 2 – Organigramme général du modèle.

Figure 2 – General flow chart of the model.

• À un certain point de l'emprise, là où p_b augmentant rejoint p_a qui décroît, et où par conséquent $p_a = p_b = p$, on change de système. En effet, en ce point, on constate que le terme de Poiseuille devient négligeable devant celui de Couette, car les gradients de pression sont faibles. Cette transition est introduite pour permettre au processus de converger malgré l'hypersensibilité des pressions au débit Q (*). On utilise alors la forme inverse de Reynolds sans terme de gradient, [8] + « flow factors » selon [14a], pour obtenir dh_t/dx puis $dh/dx = (dh_t/dx)\cdot(dh/dh_t)$ en utilisant [13a]. Équations d'équilibre et de comportement donnent toujours $d\sigma_{xx}/dx$, $d\sigma_{yy}/dx$ (= $-dp/dx$) et dV_{bande}/dx. On impose dans toute la suite de l'emprise $p = p_b = p_a$.

(*) Il est à noter que si p_b n'atteint jamais p_a dans l'emprise, la transition n'est pas imposée ; on est dans un cas où le modèle « basse vitesse » converge.

• On termine par une zone de sortie (bande élastique). On y suppose que h et A n'évoluent plus, que le contact est maintenu entre bande et cylindre, ce qui impose $e(x)$ par [15] ; l'équation d'équilibre [4a] donne alors $d\sigma_{xx}/dx$; les équations élastiques $d\sigma_{yy}/dx$ et dv_x/dx. σ_{xx} et σ_{yy} sont utilisées pour déterminer le point de sortie. Si l'on vient d'une zone de travail basse vitesse, [2] donne dp_b/dx. Sinon, $p_b = p = -\sigma_{yy}$ est connue.

En résumé, l'intégration commence en modèle « basse vitesse », puis transite vers le modèle « haute vitesse » dès lors que p_b atteindrait p. Ce critère de transition a été modifié dans le sens d'une plus grande simplicité et d'une meilleure efficacité, par rapport au modèle mixte « basse vitesse - haute vitesse » de Lin et al (24), dont les hypothèses physiques sont par ailleurs très proches (aux élasticités près).

On constate cependant une certaine complexité, tant de par la diversité des phénomènes, très fortement couplés, qui y sont pris en compte, que des diverses zones rendues nécessaires par la transition élastique - plastique de la bande, ou par des difficultés numériques (zones de travail « basse vitesse » - « haute vitesse »). La *figure 2* en présente l'organigramme. On y trouve trois boucles d'itérations imbriquées, ce qui en fait un problème numériquement intensif :

– la boucle de tir sur le débit Q annoncée plus haut ;

– une boucle de détermination du point neutre par tir sur la vitesse d'entrée (ou, ce qui est équivalent, du glissement en avant) ;

– une boucle sur la déformation du cylindre qui, étant traitée par éléments finis, ne peut s'intégrer aux ODE et doit donc faire l'objet d'un couplage itératif.

Les deux dernières boucles citées ne sont pas spécifiques de ce modèle ; on les trouve dans tout modèle de laminage.

Le modèle comprend aussi une analyse thermique simplifiée, fondée sur l'échauffement adiabatique de la bande par déformation plastique :

$$\frac{dT_{bande}}{dx} = \frac{1}{\rho_{bande}.C_{bande}}.\int_0^x \sigma_0(\bar{\varepsilon}(x)).\dot{\bar{\varepsilon}}.dx \qquad [16]$$

$\bar{\varepsilon}$ est la déformation généralisée :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}}\ln\left(\frac{e_1}{e(x)}\right),$$

$\dot{\bar{\varepsilon}}$ la vitesse de déformation généralisée :

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.\frac{1}{e}.\frac{de}{dx}.$$

On se donne d'autre part une température des cylindres $T_{cyl}(x)$. La température du lubrifiant (celle à laquelle la viscosité est prise) est la moyenne des températures de la bande et du cylindre. On notera que l'on ne tient pas compte

de l'auto-échauffement du lubrifiant par cisaillement, ni de l'effet de son champ de température sur son champ de vitesse ; voir (5, 25) pour une revue des modèles de lubrification avec couplage thermique.

■ QUELQUES RÉSULTATS

Analyse de l'effet de la vitesse de laminage

Nous choisissons les conditions de laminage suivantes. Noter au passage les données à fournir : aux données habituelles s'ajoutent la viscosité du lubrifiant et la rugosité de la bande, ainsi que le frottement « sur les plateaux » m_a :

– bande de 1,0 mm en aluminium (module d'Young 70 GPa, coefficient de Poisson 0,3, contrainte d'écoulement 200 MPa, sans écrouissage), réduction 30 %, pas de tensions de bande ;

– cylindres en acier (module d'Young 210 GPa, coefficient de Poisson 0,3), rayon 200 mm ;

– lubrifiant : η (Pa.s^{-1}) = 0,01 exp(10^{-8}.p_b) ;

– rugosité de tôle : σ = 0,5 µm, quasi-longitudinale (Peklenik = 9), demi-distance entre crêtes L = 30 µm.

– frottement sur les plateaux : m_a = 0,25 (loi de Tresca).

Dans la *figure 3*, on a choisi trois vitesses très différentes : 10^{-3}, 10^{-1} et 10 m.s^{-1}. On représente dans ces trois cas l'évolution le long de l'emprise de la pression totale $p(x)$ et de la pression fluide $p_b(x)$. Dans tous les cas, $p(x)$ monte très brutalement au début de la zone de travail plastique, puis présente la montée graduelle et la descente classique de la « colline de frottement », avant de plonger dans la zone élastique de sortie :

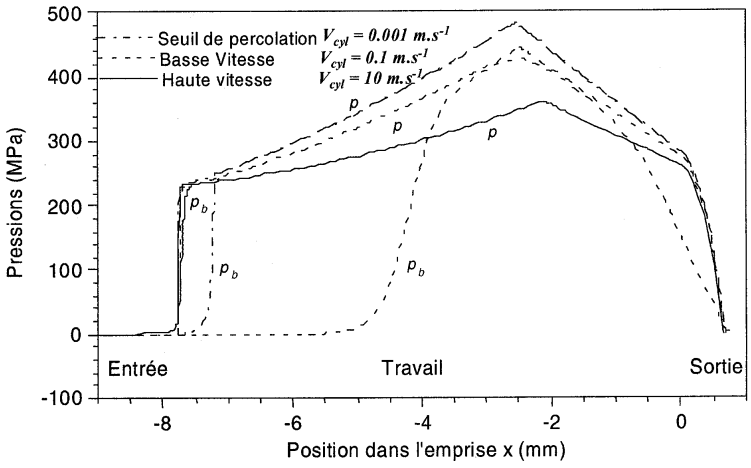


Figure 3 – Effet de la vitesse sur la répartition de pression globale (p = colline de frottement) et de pression fluide p_b. Conditions de laminage : voir dans le texte.

Figure 3 – Influence of rolling speed on pressure profiles (global pressure p = friction hill ; fluid pressure p_b).

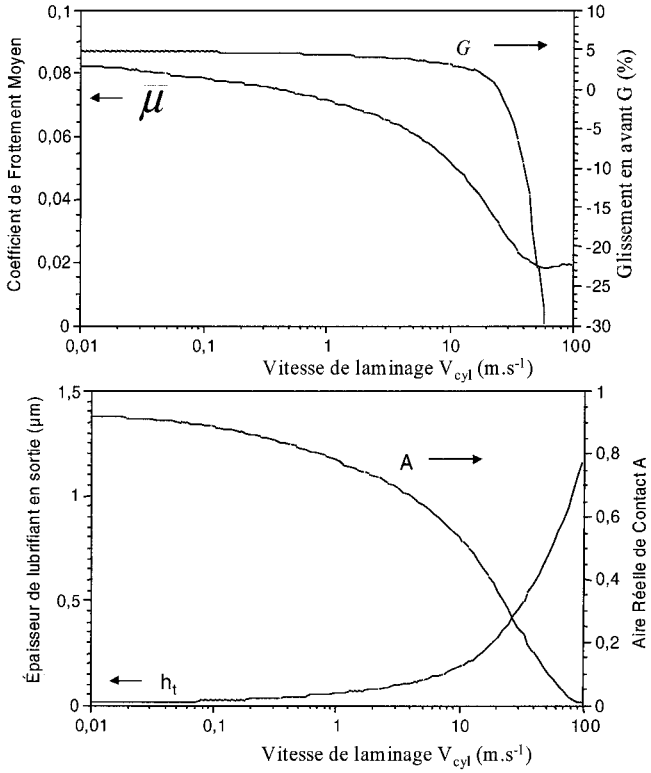


Figure 4 – Influence de la vitesse de laminage sur les variables tribologiques microscopiques et macroscopiques (mêmes conditions que figure 3, voir texte).

Figure 4 – Influence of speed on microscopic and macroscopic tribological variables (same conditions as figure 3, see text).

• à la plus haute vitesse, p_b monte aussi très vite par effet hydrodynamique, juste avant la fin de la zone élastique d'entrée ; elle atteint p (= p_a) une courte distance après : on visualise ici la « zone de transition » d'un modèle haute vitesse qui convergerait parfaitement ici. Par hypothèse, p_b ne quitte plus alors la courbe de $p(x)$;

• à vitesse intermédiaire, p_b peine à monter, les effets hydrodynamiques étant beaucoup plus faibles ; elle n'atteint jamais complètement $p(x)$: c'est un régime basse vitesse, à la limite de la transition. À vitesse un peu plus forte, p_b se collerait à p près du point neutre d'abord, puis de plus en plus largement ;

• à la plus basse vitesse, p_b commence par stagner, puis monte brusquement à p : pourtant les effets hydrodynamiques sont évanescents. En fait, A augmente ici tellement vite que le seuil de percolation est atteint : l'effet n'est pas hydrodynamique, mais hydrostatique (huile piégée dans les poches isolées). Dans ces circonstances, le modèle impose aussi que p_b = p, et s'y maintienne. On constate bien que le frottement est plus fort (par l'intermédiaire de A), ce qui entraîne que les contraintes de contact $p(x)$ sont plus élevées que dans les cas « haute vitesse » ou « vitesse intermédiaire ».

La *figure 4* balaye continûment l'intervalle de vitesse. On reporte en fonction de V_{cyl} les variables internes microscopiques du modèle, A et h_t (en fin d'emprise), ainsi que le glissement en avant $G = (V_{sortie} - V_{cyl})/V_{cyl}$, et le frottement de Coulomb équivalent moyen :

$$\bar{\mu} = \frac{1}{L_c}. \int_{entrée}^{sortie} \frac{\tau(x)}{p(x)}.dx \, .$$

Lorsque la vitesse augmente, l'épaisseur de film lubrifiant croît, d'abord très faiblement (régime limite ou mixte quasi-limite), puis plus résolument en régime mixte franc, jusqu'à la limite du HD ; A décroît évidemment. À un certain stade, la bande commence à patiner ($G < 0$). Le frottement suit la courbe de Stribeck qui montre la succession des trois régimes.

Application à l'interprétation d'essais de laminage

On a repris des essais de laminage réalisés par le passé au Centre de Recherches de Voreppe (26). Le frottement avait été mesuré en ajustant traction et contre-traction pour se placer juste à la limite de patinage : on peut alors, avec une très bonne précision, déduire le coefficient de frottement de Coulomb *moyen*, dans ces conditions très légèrement perturbées, par :

$$\bar{\mu} = \frac{C_{lam}}{F_{lam}.R_{cyl}} \qquad [17]$$

(C_{lam} est le couple *vrai* par cylindre, F_{lam} la force de laminage vraie (*), R_{cyl} le rayon des cylindres). C'est ce coefficient moyen qui est reporté en fonction de la vitesse *figure 5* (points expérimentaux, axe de gauche), pour deux conditions de lubrification correspondant à deux températures d'arrosage d'huile. Nous avons repris les résultats expérimentaux (force, couple, glissement en avant) et les avons reproduits par le modèle décrit dans le présent article, en ajustant un seul paramètre, le coefficient de frottement sur les plateaux m_a (les propriétés rhéologiques de l'huile et les caractéristiques mécaniques et rugosimétriques de la tôle et du cylindre étant connues). Le résultat (m_a ajusté) est représenté par les courbes continues (échelle de droite).

On aurait pu s'attendre à ce que la diminution du frottement moyen μ soit liée à la seule croissance des effets hydrodynamiques avec la vitesse, auquel cas m_a aurait été constant. On observe bien des effets hydrodynamiques croissants (augmentation de h_t et diminution de A), mais il sont insuffisants pour expliquer la division par 2,5 de μ : il faut aussi supposer que m_a diminue, pratiquement dans les mêmes proportions. Une telle diminution du frottement local témoigne certainement d'une composante hydrodynamique croissante, *y compris sur les plateaux* (régime micro-HD), une des faiblesses de notre modèle qui y suppose un contact sec, donc indépendant de la vitesse et des propriétés du lubrifiant.

■ DISCUSSION

L'intérêt d'un tel modèle tribologique à variables internes (A, h_t) et de son couplage avec un modèle sophistiqué de laminage réside dans sa capacité à *prédire le frottement*, exclusivement à partir de données physiques mesurables. On a ainsi une source de connaissance et de compréhension du procédé (voir l'article de Montmitonnet, Deneuville, Gratacos, Hauret et Laugier dans ce numéro) pour analyser, comme (8), l'effet sur l'épaisseur de lubrifiant des élasticités

(*) Ne pas oublier d'ôter du couple les pertes par frottement dans les paliers, et de la force les frottements sur les montants de la cage.

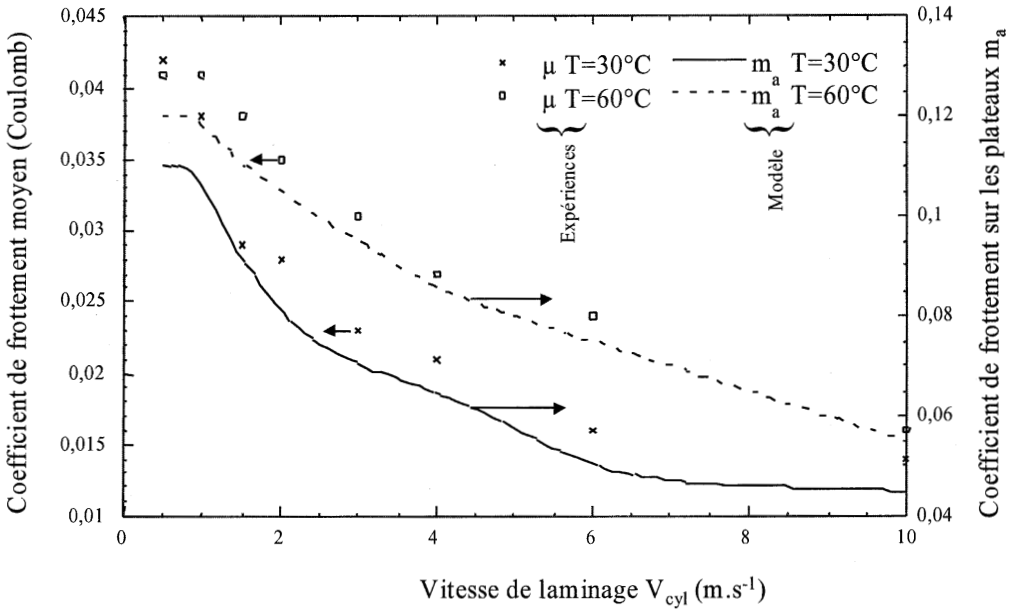


Figure 5 – Interprétation d'essais de laminage en laboratoire (Centre de Recherches de Voreppe (26)). Le coefficient de Coulomb moyen $\bar{\mu}$ (points, échelle de gauche) est déduit des mesures par [17]. Le coefficient de frottement local de Tresca m_a (courbes,échelle de droite) est obtenu par ajustement du présent modèle.

Figure 5 – Analysis of laboratory rolling tests (Centre de Recherches de Voreppe (26)). Average Coulomb friction coefficient $\bar{\mu}$ (symbols, left scale) is deduced from [17]. The local Tresca friction coefficient m_a (curves, right scale) is obtained by fitting experiments with the present model.

de la bande et du cylindre (trouvée plus faible en mixte qu'en HD), ou comme (21) des tensions de bande, ou encore de la gamme de laminage (réduction, vitesse), du rayon des cylindres, de leur rugosité et de celle de la bande, de la viscosité du lubrifiant (20).

On notera cependant une limite à ces capacités prédictives, comme on l'a vu ci-dessus : la nécessité de choisir le frottement sur les plateaux m_a, paramètre d'ajustement. Peut-on faire un choix physiquement argumenté ? Les travaux présentés dans les autres articles de ce numéro ou du numéro de février (n° 2) de cette même revue peuvent y aider :

• Si on suppose les « plateaux secs », i.e. éventuellement couverts de leurs seuls films tribochimiques, on peut pressentir quels films seront présents d'après la composition du lubrifiant et quel frottement leur correspond en utilisant les mesures sous lubrification gazeuse de Boehm et al. (n° 2).

• Si, comme dans l'exemple précédent, on soupçonne qu'un film µ-HD se glisse sur les plateaux, il est clair qu'il faudrait, idéalement, passer à une approche bi-échelle comme présenté par Letalleur, Meurisse et Bayada dans ce numéro. Ces auteurs donnent aussi les ordres de grandeur de coefficient de frottement en lubrification fluide par un film ultramince.

Une hypothèse de base, la siccité des plateaux, est en effet discutable. Johnson et Sutcliffe (17) explicitent l'épaisseur qui reste sur un plateau en formation dans la zone d'entrée au moment du contact aspérités - cylindre. Un écoulement transverse (des zones les plus minces du film alors continu vers les plus épaisses) crée une différence de pression plateau - vallée p_a-p_b suffisante pour commencer d'écraser le plateau [11a]. Le « contact » initial du plateau avec le cylindre se ferait via ce précurseur de film µ-HD (sauf si le plateau, de largeur nul, est en fait une crête aiguë : le film µ-HD est alors d'épaisseur nulle). Par la suite, lorsque commence la déformation plastique macroscopique ($E > 0$) et que la « dureté des aspérités » H_a (=p_a-p_b) s'écroule, le moteur de l'écoulement transverse s'affaiblit, ce qui peut laisser subsister ce film µ-HD. Il doit cependant s'amincir progressivement : subsistant dans certains cas pour donner un régime à dominante µ-HD, trop atténué dans d'autres pour éviter que les plateaux soient en régime limite, voire secs. La persistance du film µ-HD et de son débit de fuite latérale (vers les vallées) maintiendrait p_a-$p_b > 0$, même en régime « haute vitesse » très lubrifié (voir Letalleur et al.), contrairement à l'hypothèse que nous avons dû faire ; celle-ci représenterait certainement mieux les plateaux secs ou limites.

En réalité, il est probable que les deux types de plateaux coexistent dans une emprise donnée. On peut même y ajouter des plateaux en régime « µ-mixte » où, séparant des « µ-vallées », se trouvent des « µ-plateaux » formés par écrasement d'une rugosité de plus fine échelle qui, comme le montre Sutcliffe (27), résiste plus longtemps à l'écrasement que la rugosité d'échelle supérieure.

Il resterait à trouver comment on pourrait estimer une proportion de ces diverses catégories de plateaux afin de généraliser [9] sous la forme suivante :

$$\tau(x) = A_{sec}.\tau_{a,sec} + A_{limite}.\tau_{a,limite} + A_{\mu HD}.\tau_{a,\mu HD} + (1-A).\tau_b \quad [18]$$

Un autre mécanisme serait à considérer. Lorsque se sont formés en début d'emprise des plateaux « secs », le rapprochement progressif de p_a et p_b peut permettre la relubrification de ces plateaux. De même en régime très peu lubrifié (en dessous du seuil de percolation), où le lubrifiant est emprisonné dans des poches séparées les unes des autres (régime « poches - plateaux » hydro*statique* plutôt que « vallées - plateaux » HD), on sait que la déformation plastique macroscopique peut favoriser l'expulsion du lubrifiant des poches qui va nécessairement relubrifier les vallées (28).

D'autre part, la formulation thermique est un peu sommaire. Outre que l'on n'a pas couplé thermique et équation de Reynolds, Plassart et al. (n° 2) ont montré, sur la base d'expertises métallurgiques, que l'échauffement de surface pouvait être très supérieur à cette estimation, en raison des déformations extrêmes liées aux interactions microplastiques. Les conséquences de ce surcroît de chaleur se feraient sentir tant sur la composante fluide de la lubrification (par une baisse de la viscosité) que sur la tribochimie, évidemment très sensible à la température des parois solides.

L'enrichissement de la physique du modèle à l'aide de ces concepts n'est pas la seule voie à explorer. Le modèle reste lourd, de convergence difficile en raison des boucles imbriquées, de maniement difficile. Peut-être le remplacement de l'intégration pas-à-pas d'une ODE par la méthode de Runge - Kutta, par une méthode de différences finies comme (21) ou comme celle de Letalleur et al. dans ce numéro, avec une condition correcte de sortie (cavitation), améliorerait-elle la situation ?

Quant au modèle « total » qui couplerait, à l'échelle locale, une équation de Reynolds 2D avec un ensemble de plateaux (de géométries différentes pour obtenir les divers types de conditions évoquées ci-dessus) en déformation plastique couplée avec la déformation plastique macroscopique, il reste, nous semble-t-il, une lointaine utopie.

■ CONCLUSION

Un modèle de lubrification en régime mixte a été couplé à un modèle de laminage. Les bases physiques et les développements numériques en ont été décrits. Il permet une approche *locale* et *semi-prédictive* du frottement (il resterait à modéliser le frottement sur les plateaux). On peut s'en servir pour étudier l'influence de pratiquement tous les paramètres procédé ou matériau du laminage ; des applications industrielles en ont déjà été faites (voir l'article de Montmitonnet, Deneuville, Gratacos, Hauret et Laugier dans ce numéro). La complexité des situations envisagées a nécessité des hypothèses, dont certaines fortes, ce qui fait que les résultats sont surtout des tendances semi-quantitatives. Des pistes sont suggérées tant pour enrichir la physique du modèle que pour améliorer sa résolution numérique.

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier pour son soutien scientifique autant que financier le CPR « Mise en forme des matériaux : contact outil-métal-lubrifiant », Contrat de Programme de Recherche entre le CNRS (SCA), l'Irsid, Pechiney Recherche, l'Université de Paris-Sud Orsay (LMS), le Collège de France (PMC), l'École Centrale de Lyon (LTDS), l'Institut National Polytechnique de Toulouse (IMF), l'INSA de Lyon (LMC), l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris (CEMEF).

bibliographie

(1) AL SALEHI (F.A.R.), FIRBANK (T.C.), LANCASTER (P.R.) – An experimental determination of the roll pressure distributions in cold rolling. **Int. J. Mech. Sci.**, 15 (1973), p. 693-710.

(2) SCHEY (J.A.) – Metal deformation processes : friction and lubrication. Marcel Dekker Inc., New York (1970).

(3) CHENG (H.S.) – Plastohydrodynamic lubrication. Proc. « Friction and lubrication in metal processing », New York (1966), ed. F.F. Ling, R.L. Whitely, P.M. Ku, M.B. Peterson, ASME.

(4) DOWSON (D.), HIGGINSON (G.R.) – Elastohydrodynamic lubrication. Fundamentals of roller and gear lubrication. Pergamon Press (1966).

(5) SZERI (A.Z.) – Some extensions of the lubrication theory of Osborne Reynolds. **ASME J. Tribology**, 109 (1987), p. 21-36.

(6) WILSON (W.R.D.), WALOWIT (J.A.) – An isothermal hydrodynamic lubrication theory for strip rolling with front and back tension. Proc. Tribology Convention, Douglas, Isle of Man, UK (12-15 May, 1971). The Instn. Mech. Engrs., Londres (1972).

(7) DOW (T.A.), KANNEL (J.W.), BUPARA (S.S.) – A HD lubrication theory for strip rolling including thermal effects. **ASME J. Lub. Tech.**, 97, 1 (1975), p. 4-13.

(8) LUGT (P.M.), TEN NAPEL (W.E.) – The influence of elastic deformation of the roll and the sheet in a hydrodynamically lubricated cold rolling process. **ASME J. Tribology**, 117, 3 (1995), p. 468-475.

(9) SAXENA (S.), DIXIT (P.M.), LAL (G.K.) – Analysis of cold strip rolling under HD lubrication. **J. Mater. Process. Technol.**, 58 (1996), p. 256-266.

(10) HU (Y.K.), LIU (W.K.) – An ALE HD lubrication FEM with application to strip rolling. **Int. J. Numer. Meth. Engrg.**, 36 (1993), p. 855-880.

(11) TSAO (Y.H.), SARGENT (L.B.) – A mixed lubrication model for the cold rolling of metals. **ASLE Trans**., 20, 1 (1977), p. 55-63.

(12) GREENWOOD (J.A.) – The area of contact between rough surfaces and flats. **ASME J. Lub. Tech.**, 89 (1967), p. 81-91.

(13) GRATACOS (P.), MONTMITONNET (P.), FROMHOLZ (C.), CHENOT (J.-L.) – A plane strain elastoplastic finite element model for cold rolling of thin strip. **Int. J. Mech. Sci.**, 34, 3 (1992), p. 195-210.

(14) HACQUIN (A.), MONTMITONNET (P.), GUILLERAULT (J.-Ph.) – A 3D semi-analytical model of rolling stand deformation with finite element validation. **Eur. J. Mech. A (Solids)**, 17, 1 (1998), p. 79-106.

(15) KEIFE (H.), JONSÄTER (T.) – Influence of rolling speed upon friction in cold rolling of foils. **ASME J. Tribology**, 119, 1 (1999), p. 349-357.

(16) SHEU (S.), WILSON (W.R.D.) – Mixed lubrication of strip rolling. **Tribology Trans. (STLE)**, 37, 3 (1994), p. 483-493.

(17) SUTCLIFFE (M.P.F.), JOHNSON (K.L.) – Lubrication in cold strip rolling in the mixed regime. **Proc. Instn Mech. Engrs**., 204 (1990), p. 249-261.

(18) PATIR (N.), CHENG (H.S.) – Application of average flow model to lubrication between rough sliding surfaces. **ASME J. Lub. Tech.**, 101 (1979), p. 220-229.

19) WILSON (W.R.D.), CHANG (D.F.) – Low-speed mixed lubrication of bulk metal forming processes. Tribology in Manufacturing, Ed. K. Dohda, S. Jahanmir et W.R.D. Wilson, ASME, New York (1994), p. 159-168.

(20) MARSAULT (N.) – Modélisation du régime de lubrification mixte en laminage à froid. Thèse de Doctorat, École des Mines de Paris (1998).

(21) QIU (Z.L.), YUEN (W.Y.D.), TIEU (A.K.) – Mixed film lubrication theory and tension effects on metal rolling processes. **ASME J. Tribology**, 121, 4 (1999), p. 908-915.

(22) DOWSON (D.), TAYLOR (C.M.) – Cavitation in bearings. **Ann. Rev. Fluid Mech.**, 11 (1979), p. 35-66.

(23) MONTMITONNET (P.), WEY (E.), DELAMARE (F.), CHENOT (J.-L.), FROMHOLZ (C.), de VATHAIRE (M.) – A mechanical model of cold rolling. Influence of the friction law on roll flattening calculated by a finite element method. Proc 4th Int. steel rolling conf., Deauville (1987). Irsid / ATS.

(24) LIN (H.S.), MARSAULT (N.), WILSON (W.R.D.) – A mixed lubrication model for cold strip rolling. Part I : theoretical. **STLE Tribology Trans.**, 41, 3 (1998), p. 317-326.

(25) YUAN (K.), CHERN (B.C.) – A thermal hydrodynamic lubrication analysis for entrained film thickness in cold strip rolling. **ASME J. Tribology**, 112, 1 (1990), p. 128-134.

(26) TABARY (P.E.), SUTCLIFFE (M.P.F.), PORRAL (F.), DENEUVILLE (P.) – Measurement of friction in cold metal rolling. **ASME J. Tribology**, 118 (1996), p. 629-636.

(27) SUTCLIFFE (M.P.F.) – Flattening of random rough surfaces in metal forming processes - **ASME J. Tribology**, 121, 3 (1999), p. 433-440.

(28) LO (S.W.), WILSON (W.R.D.) – A theoretical model of micropool lubrication in metal forming. **ASME J. Tribology**, 121, 4 (1999), p. 731-738.