

Implémentation de la méthode d'Hyper-Réduction de modèle dans Code Aster et analyses paramétriques

Mickaël Abbas, Quang Anh Ta, David Ryckelynck

► **To cite this version:**

Mickaël Abbas, Quang Anh Ta, David Ryckelynck. Implémentation de la méthode d'Hyper-Réduction de modèle dans Code Aster et analyses paramétriques. CSMA 2013 - 11ème colloque national en calcul des structures, May 2013, Giens, France. 8 p. hal-00868452

HAL Id: hal-00868452

<https://hal-mines-paristech.archives-ouvertes.fr/hal-00868452>

Submitted on 1 Oct 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Implémentation de la méthode d'Hyper-Réduction de modèle dans Code_Aster et analyses paramétriques

Abstract

Le présent travail traite de l'implémentation de la méthode d'hyper-réduction de modèle (APHR) dans le logiciel Code_Aster. Nous proposons pour cela une analyse complète, de l'implémentation de la méthode jusqu'à sa validation, avec une attention particulière portée sur la mise en oeuvre de la méthode dans un logiciel industriel, utilisé par des ingénieurs d'études. On démontrera l'intérêt de la méthode pour les analyses paramétriques.

Mots clés — réduction de modèles, APHR, études paramétriques

1 Introduction

EDF est amené à modéliser et simuler des applications faisant intervenir des lois de comportement non-linéaires parfois très complexes, sur des transitoires très longs et des modèles de grande taille. Certaines de ces études demandent souvent une analyse paramétrique (en particulier sur l'identification des paramètres matériaux). La première stratégie déployée pour résoudre ces modèles est de développer les méthodes de parallélisation au niveau du solveur linéaire et des calculs élémentaires, ce qui est fait dans Code_Aster [4] depuis des années. Ces méthodes sont efficaces mais parfois insuffisantes, en particulier pour le cas des longs transitoires ou pour les études paramétriques. Les méthodes d'(hyper)-réduction de modèle ([1], [2] et [3]) présentent un complément intéressant aux solveurs parallèles.

2 Éléments théoriques

2.1 Principes généraux de la méthode APHR

Le sigle APHR vient de A Priori Hyper-Reduction. La méthode est adaptative. En fonction d'un critère sur les résidus des équations d'équilibre et de critères de défaut de représentation des variables internes et des contraintes, le modèle d'ordre réduit peut être adapté en cours de simulation. Ce processus adaptatif autorise une approche a priori, qui, par définition, ne nécessite pas de base initiale pour initier les simulations en base réduite. L'adaptation des bases réduites en cours de simulation permet de contourner la difficulté de devoir choisir un échantillonnage d'états de référence duquel on extrait une base réduite *a posteriori*. *A posteriori* signifie ici : après avoir réalisé quelques simulations en base complète. Par exemple, la méthode snapshot POD [5] est une méthode de réduction *a posteriori*.

Une prévision par hyper-réduction est obtenue en deux étapes. La première consiste à rechercher un état en équilibre, en isolant le domaine réduit d'intégration. La deuxième consiste à reconstruire, par extrapolation, les champs de contrainte et de variables internes sur l'ensemble du domaine Ω .

2.2 Formulation variationnelle du problème mécanique

Soit $\Omega \subset \mathbb{R}^{n_d}$ un domaine physique, de dimension n_d , qu'occupe le système mécanique isolé. Le bord du domaine $\partial\Omega$ est constitué de deux parties complémentaires $\partial_U\Omega$ et $\partial_F\Omega$ sur lesquelles les conditions aux limites sont appliqués : les déplacements sont imposés égaux à $\mathbf{u}^d(\mathbf{x}, t)$ sur $\partial_U\Omega$ tandis que sur le bord $\partial_F\Omega$

les efforts extérieurs agissants sur le domaine Ω sont donnés. La densité surfacique de ces efforts dépendant du temps est noté $F_t = F(\cdot, t)$.

Le système non-linéaire est étudié sur l'intervalle de temps $\mathcal{T} =]0, T]$. Le champ de déplacement, quant à lui est défini à l'instant t sur Ω . Il est à trouver sous la forme $\mathbf{u}_t = \mathbf{u}(x, t)$; où x représente la position initiale d'un point matériel appartenant à Ω . Le comportement non-linéaire du matériau réside dans le fait que le tenseur des contraintes σ_t associé à état \mathbf{u}_t est une fonction non-linéaire de l'histoire de la déformation. On peut le synthétiser sous la forme :

$$\sigma_t = \mathfrak{F}(\varepsilon_\tau, \tau \leq t) \quad (1)$$

où \mathfrak{F} est un opérateur formel qui représente les équations locales de comportement mécanique correspondantes à une loi de comportement donné dont on ignore les détails pour la formulation de la méthode APhR. Néanmoins, cette loi est en pratique décrite à l'aide de variables internes pour lesquelles on propose une représentation en base réduite et ce individuellement pour chaque composante de ces variables internes. On notera z le champ générique correspondant à l'une de ces composantes.

De plus, pour traiter le cas des matériaux hétérogènes nous devons introduire un découpage en sous-domaine du domaine Ω tel que : $\Omega = \cup_{\chi=1}^{N_\Omega} \Omega^\chi$. La formulation du comportement pouvant changer d'un sous-domaine à l'autre, les champs de composante de variables internes sont définis par sous-domaine. On les note alors z^χ .

La résolution variationnelle du problème mécanique consiste à trouver le champ de déplacement cinématiquement admissibles \mathbf{u}_t dont le champ de contrainte associé vérifie, à tous les instants t , la condition d'équilibre suivante, qui est donnée par le principe des travaux virtuels en tenant compte de la relation (1) :

$$\int_{\Omega} \varepsilon(\mathbf{u}^*) : \mathfrak{F}(\varepsilon_\tau, \tau \leq t) dx - \int_{\partial_F \Omega} \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{F}_t dx = 0 \quad \forall \mathbf{u}^* \in \mathcal{V} \quad (2)$$

avec \mathbf{u}^* un champ quelconque de déplacement virtuel cinématiquement admissible. L'approximation de la solution de l'équation (2) par la méthode des éléments finis s'obtient en substituant à \mathcal{V} le sous-espace \mathcal{V}_{EF} défini par :

$$\mathcal{V}_{\text{EF}}(\Omega) = \left\{ \mathbf{u}_t \in \mathcal{V} \mid \exists \mathbf{q} \in \mathbb{R}^{n_{\text{DOF}}}, \mathbf{u}_t(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n_{\text{DOF}}} \mathbf{N}_j(\mathbf{x}) q_j, \mathbf{u}_t = \mathbf{u}^d(\mathbf{x}, t) \in \partial_U \Omega \right\} \quad (3)$$

où \mathbf{N}_j est la j -ème fonction de forme du modèle par éléments finis. Le modèle complet EF sera noté DOM.

2.3 Formulation variationnelle par la méthode d'hyper-réduction

Dans le même esprit des méthodes numériques variationnelles classiques, on cherche à résoudre (2) en recherchant \mathbf{u} dans un sous-espace de \mathcal{V}_{EF} noté \mathcal{V}_{ROM} . On associe au modèle d'ordre réduit un domaine d'intégration réduit $\Omega_{\Pi} \subseteq \Omega$, que l'on suppose donné pour établir la formulation variationnelle hyper-réduite. On suppose également donné, la liste des équations d'équilibre, au sens éléments finis, que l'on peut écrire en connaissant une prévision des contraintes uniquement dans le domaine Ω_{Π} . En pratique, il s'agit de la liste des degrés de liberté du modèle éléments finis qui ne sont pas connectés au domaine complémentaire de Ω_{Π} , $\Omega \setminus \Omega_{\Pi}$. Nous notons $\mathcal{L}_{\text{DOF}}^{\Pi}$, la liste des indices des degrés de liberté concernés.

Les modes empiriques dédiés à la représentation des déplacements sont notés $\{\phi_j\}_{j=1}^{s_{\text{DOF}}}$, tels que :

$$\mathcal{V}_{\text{ROM}}(\Omega) = \left\{ \mathbf{u} \in \mathcal{V}_{\text{EF}} \mid \exists \mathbf{a} \in \mathbb{R}^{s_{\text{DOF}}}, \mathbf{u} = \sum_{j=1}^{s_{\text{DOF}}} \phi_j(\mathbf{x}) a_j \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \right\} \quad (4)$$

Ces modes sont définis sur Ω . De plus, ils ont une représentation de type éléments finis. Donc, il existe une matrice de réduction de base, notée \mathbf{A} , dont les coefficients sont notés A_{jk} , tel que :

$$\phi_k = \sum_{j=1}^{n_{\text{DOF}}} \mathbf{N}_j(\mathbf{x}) A_{jk}, \quad k = 1, \dots, s_{\text{DOF}} \quad (5)$$

Le postulat pour l'hyper-réduction des modèles est le suivant. Connaissant des modes empiriques ϕ_j , nous supposons qu'il est possible de trouver au moins un domaine réduit d'intégration tel que la formulation suivante, de type Petrov-Galerkin, ait une solution unique : Trouver \mathbf{u}_{ROM} dans \mathcal{V}_{ROM} tel que :

$$\int_{\Omega_{\Pi}} \varepsilon(\mathbf{u}^*) : \mathfrak{F}(\varepsilon(\mathbf{u}_{\text{ROM}}\boldsymbol{\tau}), \boldsymbol{\tau} \leq t) d\mathbf{x} - \int_{\partial_{\text{F}}\Omega \cap \partial\Omega_{\Pi}} \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{F}_t d\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad \forall \mathbf{u}^* \in \mathcal{V}_{\text{HROM}} \quad (6)$$

où

$$\mathcal{V}_{\text{HROM}}(\Omega) = \left\{ \mathbf{u} \in \mathcal{V}_{\text{EF}} \mid \exists \mathbf{a} \in \mathbb{R}^{s_{\text{DOF}}}, \mathbf{u} = \sum_{j=1}^{s_{\text{DOF}}} \psi_j(\mathbf{x}) a_j \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \right\}, \quad (7)$$

avec

$$\psi_k = \sum_{j \in \mathbf{L}_{\text{DOF}}^{\Pi}} \mathbf{N}_j(\mathbf{x}) A_{jk}, \quad k = 1, \dots, s_{\text{DOF}}, \quad (8)$$

Le modèle réduit APHR sera noté ROM.

2.4 Extrapolation des variables internes et des contraintes

En cherchant la solution de (6), les équations de comportement en dehors de Ω_{Π} ne sont pas prises en compte. Or, pour être complète, la prévision de l'état du système mécanique doit contenir une prévision des contraintes et des variables internes sur l'ensemble du domaine Ω . Pour cela, à chaque composante scalaire de variable interne et de contrainte, et pour chaque sous-domaine Ω^{χ} , nous associons une base réduite. Les variables calculées lors de la résolution de (6) sont notées $\tilde{z}_{\Omega_{\Pi}}^{\chi}$. Les variables reconstruites par extrapolation sont notées z_{HROM}^{χ} . La base réduite associée est notée $\{\Upsilon_k\}_{k=1}^{s_{\chi}}$, en omettant l'indice χ du sous-domaine Ω^{χ} bien que les modes empiriques des variables internes et des contraintes soient définis sous-domaine par sous-domaine. L'extrapolation consiste à rechercher les coordonnées réduites ξ tel que :

$$z_{\text{HROM}}^{\chi}(t_{i+1}) = \sum_{j=1}^{s_{\chi}} \Upsilon_j(\mathbf{x}) \xi_j(t_{i+1}) \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega^{\chi} \quad \forall t_{i+1} \quad (9)$$

avec les coordonnées déterminées par :

$$\xi = \operatorname{argmin}_{\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{s_{\chi}}} \int_{\Omega_{\Pi} \cap \Omega^{\chi}} \left\| \tilde{z}_{\Omega_{\Pi}}^{\chi}(t_{i+1}) - \sum_{j=1}^{s_{\chi}} \Upsilon_j(\mathbf{x}) y_j(t_{i+1}) \right\|^2 d\mathbf{x} \quad (10)$$

2.5 Évaluation des erreurs d'approximation

La représentation en base réduite et l'hyper-réduction introduisent des erreurs d'approximation. On distingue les erreurs relatives à la vérification des conditions d'équilibre au sens éléments finis des erreurs relatives à la représentation des variables internes et des contraintes par des bases réduites. Les indicateurs proposés ont la particularité de n'exploiter que les données disponibles dans le cadre de l'hyper-réduction. L'indicateur sur les résidus des conditions d'équilibre est noté η_{HROM}^u . Il est défini par :

$$\eta_{\text{HROM}}^u = \left\| \int_{\Omega_{\Pi}} \varepsilon(\mathbf{u}^*) : \mathfrak{S}(\varepsilon(\mathbf{u}_{\text{HROM}}\boldsymbol{\tau}), \boldsymbol{\tau} \leq t_{i+1}) d\mathbf{x} - \int_{\partial_{\text{F}}\Omega_{\Pi}} \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{F}(t_{i+1}) d\mathbf{x} \right\|^2 \quad (11)$$

L'indicateur relatif à la précision de la procédure d'extrapolation est donné par :

$$\eta_{\text{HROM}}^{z\chi} = \int_{\Omega_{\Pi} \cap \Omega^{\chi}} \left\| \tilde{z}_{\Omega_{\Pi}}^{\chi}(t_{i+1}) - \sum_{j=1}^{s_z} \Upsilon_j(\mathbf{x}) \xi_j(t_{i+1}) \right\|^2 d\mathbf{x} \quad (12)$$

La prévision par hyper-réduction est jugée acceptable si :

$$\begin{cases} \eta_{\text{HROM}}^u \leq \varepsilon_R \| \mathbf{F}(t_{i+1}) \|^2 & \text{(a)} \\ \eta_{\text{HROM}}^z \leq \varepsilon_z \| \tilde{z}_{\Omega_{\Pi}}^{\chi}(t_{i+1}) + z_R^{\chi} \|^2, \chi = 1, \dots, N_{\Omega} & \text{(b)} \end{cases} \quad (13)$$

où ε_R , ε_z , z_R^{χ} sont des paramètres de la méthode. z_R^{χ} est une valeur significative du champ z^{χ} . Ceci permet de traiter les champs nuls, ou quasiment nuls, pour lesquels il n'est pas utile d'avoir une base réduite. Nous n'introduisons pas de valeur significative pour les déplacements car on suppose que le champ que l'on recherche n'est jamais identiquement nul sur l'ensemble du domaine Ω .

2.6 Méthode empirique de construction d'un domaine réduit pour l'intégration

Connaissant des bases réduites pour les déplacements, les variables internes et les contraintes, nous construisons de façon empirique un domaine réduit d'intégration basé le nombre de modes empiriques et leur forme. Concrètement, étant donné $\mathbf{I}_h(\Omega)$ une discrétisation en éléments finis du domaine Ω , la procédure suivante de quatre sous-étapes peut être adoptée :

- (i) Trouver le sous-ensemble Ω_{max}^z de $\mathbf{I}_h(\Omega)$ qui regroupe les éléments du maillage où est atteint le maximum en valeur absolue du mode empirique Υ_j pour chaque vecteur des bases réduites des champs de variables internes et de contraintes ;
- (ii) Chercher Ω_{max}^u qui regroupe les éléments du maillage où est atteint le maximum de la norme de Frobenius du champ de tenseur de déformation dûs aux modes empiriques ϕ_j pour chaque vecteur de la base réduite des déplacements ;
- (iii) Agréger dans $\mathcal{B}_{e \in \Omega_{\text{max}}^u}(e, h)$ les éléments voisins de Ω_{max}^u .
- (iv) Former le domaine d'intégration réduite Ω_{Π} à partir de Ω_{max}^u en y ajoutant $\mathcal{B}_{e \in \Omega_{\text{max}}^u}(e, h)$, Ω_{max}^z ainsi qu'une partie $\mathcal{F}(\partial_f \Omega)$ de frontières de Neumann pour rendre visible les chargements.

2.7 Algorithme de résolution

A chaque pas de temps, l'algorithme APHR comprend les étapes suivantes :

1. Prévision des déplacements et de la restriction des variables internes et des contraintes à $\Omega_{\Pi}^{(n)}$ en résolvant (6) .
2. Extrapolation des variables internes et des contraintes par application de (10).
3. Evaluation des indicateurs d'erreur par (13).
4. Si la précision de la prévision par hyper-réduction n'est pas satisfaisante, ajout d'une correction des déplacements, des contraintes et des variables internes, par la résolution d'un problème en base complète (modèle EF complet).
5. Si l'une des corrections est significative, adaptation des bases réduites, et actualisation du domaine réduit d'intégration.

3 Mise en œuvre dans CODE_ASTER

L'objectif est d'implémenter la méthode APHR dans Code_Aster en étant le plus générique possible pour pouvoir appliquer la méthode aux situations les plus larges possibles. On veut pouvoir utiliser la méthode sur tous les éléments isoparamétriques (on exclue les éléments de structure), tous les supports géométriques (triangles, quadrangles, approximations linéaires ou quadratiques) et pour toutes les lois de comportement. Il est également prévu de ne pas se restreindre à des modèles mono-comportement ou mono-support géométrique, c'est-à-dire qu'on veut que la méthode fonctionne en mélangeant les lois de comportement et les types de maille au sein du même domaine. Cette généralité implique un certain nombre de difficultés, en particulier sur la gestion des points d'intégrations et des variables internes. Afin de limiter le travail au maximum, on utilisera les éléments déjà disponibles dans Code_Aster, comme l'accès aux bibliothèques BLAS pour les calculs SVD (extraction des bases POD) et le calcul du système réduit (méthode de Gauss), les procédures standardisées du code pour le calcul et d'assemblage, et les utilitaires de gestion de haut niveau des champs.

3.1 Pilotage de l'algorithme

Pour activer le calcul en base réduite, on l'active au niveau de l'opérateur non-linéaire `STAT_NON_LINE`, par le choix de la méthode `NEWTON_REDUIT`. La méthode est pilotée par les informations fournies par l'utilisateur et par celles qu'il est possible de déduire du modèle. L'ensemble des options gérables par l'utilisateur se trouvent dans le mot-clef facteur `MODELE_REDUIT`, on y trouve les paramètres principaux de l'algorithme : tolérance de la POD, tolérance et valeurs significatives pour l'extrapolation, seuil de détection du RID, nombre maximum d'itérations de Newton, tolérance pour l'équilibre, méthode d'initialisation des bases, domaine RID initial et liste des mailles contenant les conditions limites.

3.2 Zones de code impactées

La méthode APHR est une méthode algorithmique de haut-niveau impliquant le développement dans plusieurs zones du code :

1. Algorithme général non-linéaire, au sein de la commande `STAT_NON_LINE` ;
2. Développement d'une option pour calculer la norme de Frobenius ;
3. Développement de la procédure de calcul sur le domaine réduit, impliquant également l'assemblage des contributions élémentaires ;
4. Opérateurs d'algèbre linéaire pour réaliser la SVD et la résolution du système réduit ;
5. Manipulations des champs, extrapolation, calcul des différences ;

Le spectre de développement dans le code est large et la méthode est algorithmiquement très complexe.

3.3 Développements

Tout l'algorithme repose sur le calcul *réduit* sur des quantités notées ROM (une liste de mailles et de noeuds de plus petite dimension que le modèle) et sur l'interaction entre ce modèle réduit et le modèle *complet* dont les quantités seront notées DOM. Le code dispose déjà de cette notion de listes de mailles, c'est le `LIGREL`. Il a été nécessaire de construire des routines pour gérer le passage DOM/ROM : La résolution du problème réduit (6) nécessite la construction d'un système linéaire, constitué d'une matrice et d'un second membre dont la dimension est égale au nombre de modes de la base des déplacements. Ce système est de très petite dimension, mais plein.

4 Principaux résultats

4.1 Cas-test de validation 2D

On considère une plaque trouée en déformations planes, soumise à une force de traction. Cette plaque est constituée de deux lois de comportement non-linéaires (voir [4] pour les détails sur ces lois) :

- Modèle de plasticité avec écrouissage cinématique linéaire (VMIS_CINE_LINE, qui comporte sept variables internes).
- Modèle de plasticité avec écrouissage isotrope et cinématique non-linéaires (VMIS_CIN1_CHAB, qui comporte huit variables internes).

Le problème est discrétisé avec 3200 quadrangles, 3321 noeuds et 6642 degrés de liberté. Le calcul est mené sans réduction de modèle et avec hyper-réduction APHR. Pour l'hyper-réduction, le RID initial contient 105 mailles (245 noeuds). Ce cas-test permet de valider l'hyper-réduction dans un cas très pénalisant car la plaque trouée soumise à ce chargement plastifie entièrement. On obtient d'excellents résultats avec une erreur relative inférieure à 1% sur les déplacements et à 2% sur les contraintes, malgré un RID initial plutôt faible (le RID final, après adaptation, contient 1539 noeuds, soit à peu près la moitié du maillage total). Le modèle réduit obtenu par hyper-réduction a les caractéristiques suivantes :

Type de base	Nombre de modes
Déplacements	3
Contraintes	4 par composante
Variables internes	entre 1 et 11 modes par composante

Tableau 1 – Caractéristiques du modèle réduit pour la plaque trouée

En termes de performances, on trouve les résultats suivants :

	Nombre de factorisations	Temps de calcul
Calcul complet EF	20	35s
Calcul réduit APHR	12	54s

Tableau 2 – Performances de l'APHR sur la plaque trouée

L'algorithme a nécessité 12 incréments avec un calcul complet pour adapter les bases et le RID. 8 incréments ont été faits sur le modèle réduit. Sur ce problème, on voit que l'APHR ne sert pas à gagner du temps de calcul. On retrouve un résultat attendu : le temps de factorisation de la matrice est négligeable sur un problème aussi petit. Les opérations spécifiques à l'APHR font même perdre du temps (près de 20s). Ce résultat est logique. Pour éprouver la méthode sur le plan des performances, il faut un problème plus gros, 3D, et c'est l'objet du paragraphe suivant.

4.2 Cas-test de performance 3D

Ce test consiste à mesurer les performances de l'algorithme APR (sans usage de l'hyper-réduction), sur un problème non-linéaire 3D. On considère un cube 3D, soumis à une traction en haut et encastré sur sa face inférieure. Ce cube n'est constitué que du comportement de type VMIS_CINE_LINE (élastoplasticité avec écrouissage cinématique linéaire, voir [4]). Le problème est discrétisé avec 66214 tétraèdres, 14080 noeuds et 42040 degrés de liberté. Le calcul est mené sans réduction de modèle et avec réduction de type APR.

	Nombre de factorisations	Temps de calcul
Calcul complet EF	26	5min24
Calcul réduit APR	5	2min14

Tableau 3 – Résultats de l'APR sur le cube 3D

Les paramètres de l'hyper-réduction ont été choisis de manière à avoir un résultat très proche du problème complet, tout en activant au maximum les possibilités de réduction.

Dans un calcul 3D, le coût de calcul est principalement porté par le nombre de factorisations de la matrice tangente. Dans le calcul complet EF, on réalise cinq fois plus de factorisations que dans le calcul réduit, ce qui permet à la méthode APR de fournir un résultat en deux fois moins de temps, pour une qualité équivalente. L'algorithme a été optimisé de manière à minimiser les coûts induits par les opérations nécessaires au calcul réduit (assemblage, résolution, calcul SVD, manipulation des structures de données). En pratique, un pas de temps complet (il y a ici 20 pas de temps sur le transitoire), coûte environ 15 fois plus cher qu'un pas de temps sur base réduite (une minute contre 4s). Un seul pas de temps complet a été nécessaire au début du calcul pour initier la construction de la base réduite, qui ne contiendra au final qu'un seul mode.

4.3 Études paramétriques 2D

On reprend la plaque trouée 2D en déformations plane pour montrer la puissance de la méthode de réduction dans le cas des études paramétriques. Pour cela, on considère la construction d'un modèle réduit (de type APR) sur l'étude de référence. Puis, on applique ce modèle réduit sur d'autres calculs, en faisant varier les paramètres des matériaux. Les paramètres modifiés sont :

- Le module de Young : 118 GPa et 78 GPa, par rapport à l'étude de référence à 98GPa ;
- La limite d'élasticité initiale : 200MPa, 300MPa et 50MPa, par rapport à l'étude de référence à 100MPa ;
- La pente d'écrouissage cinématique : 70 GPa et 10 GPa, par rapport à l'étude de référence à 35GPa ;

La calcul initial construit une base en mode en mode APR. On active néanmoins l'hyper-réduction en construisant simultanément une base sur les variables internes et les contraintes. Cette méthode consiste à utiliser l'hyper-réduction comme indicateur d'erreur, sans utiliser les bases, ni une intégration réduite sur un RID. En 20 pas de temps, le calcul initial fera 12 calculs complets et 8 calculs réduits. Les bases construites contiennent 11 modes pour les déplacements et de 2 à 8 modes pour les contraintes et les variables internes.

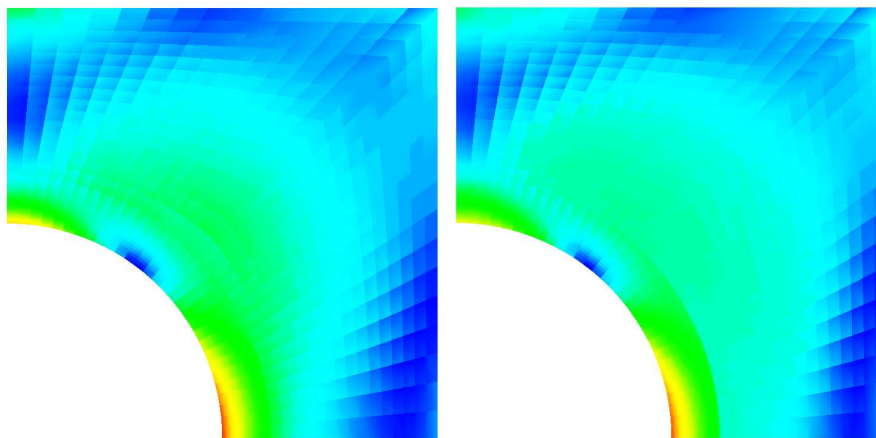


Fig. 1 – Contrainte équivalente de Von Mises - Référence (à gauche), calcul APR (à droite)

Les calculs paramétriques vont tous utiliser cette base initiale et faire entre 17 et 19 pas sur 20 en mode réduit, selon le type de paramètre. Sur la figure 1, on peut voir l'excellente qualité de la prévision APR en calcul paramétrique (il s'agit ici du cas qui considère une pente d'érouissage cinématique de 10GPa).

5 Conclusion et perspectives

Les premiers résultats montrent l'efficacité de l'hyper-réduction dans le cadre des études paramétriques et des études fortement non-linéaires 3D, avec des comportements très complexes. Ce travail va être prolongé et validé plus industriellement avec pour cible une restitution officielle dans Code_Aster afin de permettre l'usage de la méthodologie de manière efficace. D'autres développements sont en projet :

- Utilisation de la réduction de modèle dans les applications industrielles comme le soudage multi-passe ;
- Amélioration de l'ergonomie générale de la méthode, en particulier le réglage des paramètres relatifs aux variables internes (tolérances, valeurs significatives). Ces réglages restent délicats dans les études ;
- Utilisation de la méthode dans le cas des études non-réduites, par estimation de l'état initial à chaque pas de temps à l'aide de l'APHR (processus de prédiction dans l'algorithme de Newton) ;

Références

- [1] D. Ryckelynck, D. Missoum-Benziane. *Multi-level A Priori Hyper-Reduction of mechanical models involving internal variables*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Elsevier, pp1134–1142, 2010
- [2] D. Ryckelynck, F. Vincent, S. Cantournet. *Multidimensional a priori hyper-reduction of mechanical models involving internal variables*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Elsevier, pp28-43, 2012
- [3] S. Cartel. *Méthode numérique de représentation à variables séparées pour la résolution des problèmes paramétriques en mécanique non-linéaire des structures*, Thèse de doctorat, spécialité mécanique, Ecole nationale supérieure des Mines de Paris, 2011
- [4] EDF R&D. *Code_Aster*, logiciel sous licence GNU GPL, www.code-aster.org.
- [5] L. Sirovich, *Turbulence and the dynamics of coherent structures. Part I : Coherent structures*, Quarterly of Applied Mathematics, Vol .3, pp561-571, 1987