

# Modèle simplifié pour la prise en compte de la convection naturelle dans la modélisation du changement de phase solide-liquide

Farah Souayfane, Farouk Fardoun, Pascal Henry Biwolé

## ► To cite this version:

Farah Souayfane, Farouk Fardoun, Pascal Henry Biwolé. Modèle simplifié pour la prise en compte de la convection naturelle dans la modélisation du changement de phase solide-liquide. XIIIème Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois sur la Thermique des Systèmes, May 2017, Saint-Lô, France. hal-01661034

HAL Id: hal-01661034

<https://hal-mines-paristech.archives-ouvertes.fr/hal-01661034>

Submitted on 11 Dec 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# MODELE SIMPLIFIE POUR LA PRISE EN COMPTE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS LA MODELISATION DU CHANGEMENT DE PHASE SOLIDE-LIQUIDE

Farah **SOUAYFANE**<sup>a, b,\*</sup>, Farouk **FARDOUN**<sup>c</sup>, Pascal-Henry **BIWOLE**<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Laboratoire J.A. Dieudonné, UMR 7351, CNRS - Université Côte d'Azur, Nice, France

<sup>b</sup> Ecole Doctorale des Sciences et de Technologie, Université Libanaise, Hadat, Liban

<sup>c</sup> Institut Universitaire de Technologie, Université Libanaise, Saïda, Liban

---

## RÉSUMÉ

Un modèle simplifié basé sur l'approche de la conductivité efficace ainsi que sur la théorie d'échelle est présenté dans ce travail pour modéliser la convection naturelle pendant le processus de fusion d'un matériau à changement de phase. Le modèle mathématique est codé sous MATLAB en utilisant la méthode des volumes finis en deux dimensions. Les résultats du modèle simplifié sont ensuite comparés à ceux d'un modèle CFD complet créé dans COMSOL, et aux résultats numériques des benchmarks trouvés dans la littérature. En particulier, une corrélation du nombre de Nusselt correspondant à notre cas d'étude est trouvée, sur la base du modèle CFD, et est ensuite implémentée dans le modèle simplifié. Les résultats montrent que, pour un temps de calcul largement plus court que celui de la CFD, les valeurs de fraction liquide moyenne et de la position du front de fusion sont acceptables. De plus, Les résultats du modèle de conductivité efficace proposé ont montré un très bon accord avec les résultats numériques des benchmarks.

**Mots Clés :** Matériaux à changement de phase, convection naturelle, théorie d'échelle, conductivité efficace, nombre de Nusselt.

---

## NOMENCLATURE

### Symboles :

k conductivité thermique, (W/m.K)  
C<sub>p</sub> capacité thermique, (J/kg.K)  
L<sub>H</sub> chaleur latente, (J/kg)  
T température, (K)  
T<sub>m</sub> température de fusion (K)  
g accélération gravitationnelle, (m/s<sup>2</sup>)  
Ste nombre de Stefan  
Pr nombre de Prandtl  
Gr nombre de Grashof  
Ra nombre de Rayleigh  
Fo nombre de Fourier  
t temps, (s)  
s position de front de fusion, (m)  
H hauteur de la cavité, (m)  
z hauteur de la zone liquide, (m)

### Lettres grecques :

ρ densité, (kg/m<sup>3</sup>)  
α diffusivité thermique, (m<sup>2</sup>/s)  
ν viscosité cinématique, (m<sup>2</sup>/s)  
ΔT différence de température entre les 2 murs froid et chaud, (K)  
Δt intervalle de temps, (s)  
β coefficient de dilatation thermique, (1/K)

### Indices / Exposants :

0 initiale  
c chaude  
f froide  
l liquide  
s solide  
eff efficace  
cp changement de phase  
N, S, E, O nœuds nord, sud, est et ouest  
n, s, e, o interfaces nord, sud, est et ouest

---

## 1. INTRODUCTION

Le transfert de chaleur par conduction a été longtemps considéré comme le mécanisme le plus important pendant le processus de changement de phase

solide-liquide. Cependant, au cours des deux dernières décennies, le problème de changement de phase dominé par la convection est devenu le sujet de nombreuses études et certains chercheurs insistent sur le fait que la convection naturelle est un mécanisme plus important,

\* auteur correspondant : [fsouayfane@unice.fr](mailto:fsouayfane@unice.fr)

en particulier dans la région liquide des matériaux à changement de phase (MCP) [1][2][3]. Ce phénomène a été étudié à l'aide d'approches expérimentales et numériques/théoriques. Numériquement, diverses méthodes sont actuellement explorées et utilisées pour modéliser le changement de phase en considérant la convection naturelle, principalement la méthode d'enthalpie-porosité [4][5][6], le modèle de transformation de la température (TTM) [7][8][9], la méthode de la capacité thermique équivalente [10], la méthode de la capacité calorifique modifiée [11], et la méthode de Boltzmann sur réseau (LBM) [12][13]. Ces méthodes, basées sur une approche CFD (dynamique des fluides computationnelle), nécessitent pour la plupart la résolution complète des équations de Navier-Stokes (N-S).

Dans les applications d'ingénierie thermique, la modélisation du changement de phase est généralement simplifiée et les modèles de bâtiments intégrant des MCP ignorent l'effet de la convection dans la région liquide en raison de la complexité des modèles CFD et du temps de calcul élevé. Par conséquent, le terme convectif dans les équations de transport est négligé et seul le terme transitoire de conduction thermique dans l'équation de conservation de l'énergie est considéré [14]. Cependant, comme l'hypothèse de la conduction seule n'est pas toujours adéquate, l'effet de la convection naturelle peut être inclus dans le modèle de conduction thermique en utilisant l'approche dite la conductivité thermique efficace ( $k_{\text{eff}} = \overline{Nu} \cdot k_1$ ) [15][16][17][18][19][20]. Le nombre de Nusselt moyen ( $\overline{Nu}$ ) est considéré comme un paramètre principal, puisqu'il définit le coefficient de transfert de chaleur par convection et affecte fortement la dynamique du processus [21]. Ainsi, plusieurs auteurs ont présenté des corrélations du nombre de Nusselt moyen au cours de la fusion. Ces corrélations sont basées sur des observations expérimentales ou numériques. Par conséquent, leur validité sera toujours limitée à une gamme spécifique de valeurs, dépendant de la géométrie, des conditions aux limites et des variables pour lesquelles les études ont été effectuées. Il est également intéressant de mentionner que le choix de la longueur caractéristique dans les formules des nombres de Rayleigh (Ra) et de Nusselt (Nu) est très important. On peut utiliser la hauteur de l'enceinte (H) ou l'épaisseur moyenne de la zone liquide ( $s_{\text{moy}}$ ), comme échelle de longueur caractéristique [22]. La théorie d'échelle [22][23] a été proposée pour modéliser la convection naturelle pendant la fusion du MCP. Selon cette théorie, le processus de fusion consiste en trois principaux régimes: un régime de conduction, un régime mixte de conduction-convection caractérisé par la convection dans la partie supérieure de l'enceinte et par la conduction en partie basse, et un régime convectif. La théorie d'échelle prédit une courbe du nombre de Nusselt moyen en fonction du temps qui reflète les trois premiers régimes. Dans cette méthode,

une zone appelée «zone de convection» de hauteur  $z$  dans la partie supérieure de l'enceinte est définie comme étant gouvernée par la convection tandis que la partie inférieure, de hauteur (H-z), continue d'être dominée par conduction. Ici, on considère que la convection dans la région supérieure commence lorsque l'épaisseur de la couche limite thermique devient du même ordre de grandeur que l'épaisseur de la couche de MCP liquide. Avec le temps, la zone convective se dilate vers le bas jusqu'à ce qu'elle remplisse tout l'espace de hauteur H. L'idée générale de la théorie d'échelle, ainsi que l'approche de la conductivité efficace, sont adoptées dans notre travail pour modéliser la convection naturelle pendant le processus de fusion.

Les objectifs de la présente étude sont donc les suivants: 1) étudier la fusion de l'octadécane dans une enceinte chauffée à partir de sa paroi verticale gauche, 2) obtenir une compréhension claire du rôle de la convection naturelle dans la zone liquide, 3) créer un modèle mathématique simplifié (c'est-à-dire sans recourir à la résolution complète des équations N-S) pour le changement de phase, basé sur la théorie d'échelle et l'approche de la conductivité thermique efficace, pour tenir compte l'effet de la convection naturelle dans le MCP liquide, 4) à partir du modèle mathématique, mettre en œuvre un modèle numérique codé sous MATLAB, en utilisant la méthode des volumes finis en deux dimensions, 5) comparer les résultats à un modèle CFD complet créé dans COMSOL, et aux résultats numériques des benchmarks trouvés dans la littérature. Ce modèle sera utilisé dans une prochaine étape pour la simulation thermique dynamique d'un bâtiment intégrant un MCP pour une année entière sur TRNSYS.

## 2. METHODOLOGIE NUMERIQUE

Dans cet article, la fusion de l'octadécane dans une cavité carrée de dimension 0,1 m a été étudiée en prenant en compte l'effet de la convection naturelle dans la phase liquide. Initialement, à  $t = 0$ , le MCP remplissant la cavité est en phase solide et à sa température de fusion  $T_0 = T_m = 303,15$  K. Pour  $t > 0$ , la paroi verticale gauche de la cavité est maintenue à une température constante supérieure à la température de fusion  $T_c = 313,15$  K, tandis que les parois supérieure et inférieure sont adiabatiques. En raison de l'apport continu de chaleur de la paroi gauche, le processus de fusion progresse vers la paroi droite, qui est maintenue à une température constante  $T_f = T_0$ . Après une phase de conduction pure, la convection thermique se développe en phase liquide, provoquant une répartition non uniforme du flux de chaleur à l'interface et un déplacement non uniforme du front de fusion. L'octadécane est utilisé en particulier pour valider notre modèle en raison de la disponibilité de données des

benchmarks numériques à fin de comparaison. Les propriétés thermo-physiques de l'octadécane sont présentées dans le tableau 1.

Pour modéliser le problème du changement de phase, une méthode «enthalpique» légèrement modifiée est utilisée, inspirée du travail de Zivkovic et al. [24] qui permet de calculer séparément la température et la fraction liquide. Cette méthode a été utilisée précédemment dans plusieurs études pour différentes applications [25] [26] [27].

Tableau 1: propriétés thermo-physiques de l'Octadecane [28]

Propriété	valeur
k (W/m.K)	0.2
Cp (J.kg/K)	1250
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	800
$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s)	$2.10^{-7}$
$\nu$ (m <sup>2</sup> /s)	$10^{-5}$
$L_H$ (J/kg)	$1.25.10^5$
$T_m$ (K)	303.15
$\Delta T$ (K)	10
Ste	0.1
$\beta$ (1/K)	$2.10^{-3}$
$g$ (m/s <sup>2</sup> )	10
Pr	50
Gr	$2.10^6$
Ra	$10^8$

Comme décrit par Voller [29], l'équation de transfert de chaleur pour le changement de phase contrôlé par la conduction peut être écrite comme suit:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \text{div} \left( \frac{k}{\rho} \text{grad } T \right) \quad (1)$$

L'enthalpie totale H est la somme de la chaleur sensible et latente:

$$H = h + L_H f_l \quad (2)$$

$$h = \int_{T_m}^T Cp dT \quad (3)$$

En cas de changement de phase isotherme, la fraction du liquide est définie comme suit:

$$f_l = \begin{cases} 0 & \text{si } T < T_m \\ ]0,1[ & \text{si } T = T_m \\ 1 & \text{si } T > T_m \end{cases} \quad (4)$$

L'équation bidimensionnelle (5), obtenue à partir des équations précédentes est alors utilisée:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k}{\rho} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k}{\rho} \frac{\partial T}{\partial y} \right) - L_H \frac{\partial f_l}{\partial t} \quad (5)$$

La caractéristique clé de la méthode utilisée [24] est de séparer totalement le calcul de la température de celui de la fraction liquide. Ainsi, lorsqu'un volume de contrôle atteint la température de fusion, sa température est fixée et l'énergie qu'elle donne ou reçoit de ses voisins est considérée à travers la fraction liquide.

Dans un premier temps, considérons le cas du volume de contrôle "i, j" entièrement solide ou entièrement liquide. L'équation (5) devient alors:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k}{\rho} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k}{\rho} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (6)$$

Pour résoudre le problème de changement de phase bidimensionnel 2D, la méthode des volumes finis implicite (Patankar 1980 [30]) est utilisée, et le code est écrit sous MATLAB®. Le domaine est divisé en plusieurs volumes de contrôle (VC) rectangulaires. Les équations des volumes finis sont dérivées en intégrant l'équation (6) sur un volume de contrôle typique. Il est également nécessaire, dans des problèmes dépendant du temps, d'intégrer par rapport au temps t sur un petit intervalle  $\Delta t$ . Après intégration, on obtient l'équation de discrétisation suivante:

$$a_p T_p^{t+\Delta t} = a_o T_o^{t+\Delta t} + a_E T_E^{t+\Delta t} + a_S T_S^{t+\Delta t} + a_N T_N^{t+\Delta t} + b \quad (7)$$

$$a_o = k_o \frac{\Delta y}{(\Delta x)_o}, a_E = k_e \frac{\Delta y}{(\Delta x)_e}, a_S = k_s \frac{\Delta x}{(\Delta y)_s}, a_N = k_n \frac{\Delta x}{(\Delta y)_n}, a_p = a_o + a_E + a_S + a_N + a_p^0, a_p^0 = \frac{\rho Cp \Delta x \Delta y}{\Delta t} b = a_p^0 T_p^0 \quad (8)$$

Où, le produit  $\Delta x \Delta y$  est le volume de VC et l'exposant "0" désigne le pas de temps précédent. Notons que pour les nœuds de frontière, les conditions aux limites seront incluses dans le vecteur b. En déduisant l'équation de discrétisation pour chaque volume de contrôle, un système d'équations algébriques linéaires est obtenu sous forme de matrice :

$$A * T = b \quad (9)$$

Dans le VC adjacent au VC où se produit un changement de phase, il se produit une discontinuité dans les propriétés thermiques; Une conductivité thermique à l'interface doit être utilisée. La conductivité thermique du VC où le changement de phase se produit est approchée de la fraction liquide:

$$k_{cp} = k_l f_l + k_s (1 - f_l) \quad (10)$$

Considérons le cas où le volume de contrôle subit un changement de phase, alors la fraction liquide est strictement dans la plage] 0,1[et la température pour ce nœud est égale à la température de fusion. L'équation (5) devient:

$$L_H \frac{\partial f_l}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k}{\rho} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k}{\rho} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (11)$$

L'intégration de l'équation ci-dessus sur un volume de contrôle typique donne:

$$f_{l,i,j} = f_{l,i,j}^0 + \frac{k_e \Delta t}{\rho L \Delta x^2} (T_E - T_m) - \frac{k_o \Delta t}{\rho L \Delta x^2} (T_m - T_o) + \frac{k_n \Delta t}{\rho L \Delta y^2} (T_N - T_m) - \frac{k_s \Delta t}{\rho L \Delta y^2} (T_m - T_s) \quad (12)$$

Cette équation est utilisée pour ajuster la fraction liquide dans le volume de contrôle où le changement de phase se produit. Une vérification pour le « début » ou la « fin » d'un changement de phase est effectuée. Si un nœud termine ou commence un changement de phase, certains

coefficients doivent être ajustés. Cet ajustement des coefficients survient lorsque le front de changement de phase passe d'un volume de contrôle à un autre.

A chaque pas de temps, lorsque le critère des couches limites thermiques distinctes [17] [22] [23] [31] est respecté, l'effet de convection commence dans le MCP liquide. Ce critère est exprimé par :

$$(s/H)^4 Ra_H > 1 \quad (13)$$

Ainsi, selon l'approche de la conductivité thermique efficace, la conductivité thermique du MCP liquide est améliorée :

$$k_{eff} = \overline{Nu} \cdot k_l \quad (14)$$

L'amélioration de  $k_l$  est réalisée dans la zone convective de hauteur  $z$  située dans le coin supérieur gauche du domaine. Ici, les valeurs des nombres de Rayleigh et de Nusselt sont calculées fonction de  $z$ . De plus, la valeur de la conductivité  $k_{eff}$  qui dépend de  $z$  doit être mise à jour à chaque pas de temps. La hauteur  $z$  de la zone de convection est supposée égale à l'épaisseur de la couche de liquide évaluée au sommet de l'enceinte  $s_h$ , c'est-à-dire  $z = s_h$ , et l'amélioration de  $k_l$  est réalisée dans un carré de dimensions  $z \times z$  [17].

De plus, G. Vidalain et al. [17] ont développé un modèle basé sur l'approche de conductivité thermique efficace. La valeur de la conductivité efficace a été estimée par :

$$k_{eff} \sim k_l (1 + \overline{Nu}_z) \quad (15)$$

Où

$$k_{eff} \sim k_l (1 + \eta \overline{Nu}_z) \quad (16)$$

Où,  $\eta$  est une constante d'ajustement de l'ordre de 1.

Par conséquent, dans le présent travail, le modèle simplifié sera développé en utilisant  $k_{eff} = \overline{Nu} \cdot k_l$  et  $k_{eff} \sim k_l (1 + \overline{Nu}_z)$ .

L'exactitude des calculs a été étudiée en effectuant une analyse de sensibilité de la grille. Des simulations ont finalement été réalisées avec une grille comprenant 225 volumes de contrôle (15x15 dans les directions  $x$  et  $y$  respectivement). Le pas de temps adimensionnel est pris  $\Delta\theta = 2 \times 10^{-5}$  pour un temps adimensionnel total  $\theta = SteFo = 0.01$ . Le même pas de temps a également été pris par Lacroix [28] pour effectuer la simulation du noctadécane.

Dans cette étude, un modèle CFD est créé et mis en œuvre dans COMSOL. La méthode de la capacité thermique modifiée est utilisée. Cette méthode est bien adaptée aux solveurs d'éléments finis commerciaux [32] et a été validée à la fois numériquement [33] et expérimentalement [34]. L'exactitude des calculs a été étudiée en effectuant une analyse de sensibilité de la grille. Les simulations ont finalement été réalisées avec 15268 éléments triangulaires de taille maximale 1.3e-3 m et taille minimale 1.5e-5 m.

Les simulations pour un temps de 5000s ( $\theta = SteFo = 0,01$ ) pour le modèle CFD et le modèle simplifié sont effectuées sur un ordinateur Dell Precision Tower 5810 muni d'un CPU Intel Xeon E5-1650 v3 de vitesse 3.5

GHz, à six cœurs (12 CPU) et 16 Go de RAM. Les simulations du modèle de conductivité thermique efficace en utilisant 225 volumes de contrôle sont exécutées au moins 45 fois plus vite que celles du modèle CFD réalisées avec 15268 éléments triangulaires.

Une corrélation du nombre de Nusselt correspondante à notre cas d'étude est trouvée sur la base du modèle CFD en fonction du temps adimensionnel  $\theta = Ste.Fo$ . Cette corrélation a été trouvée pour un cas très spécifique ( $Ra = 10^8$ ,  $Ste = 0,1$  et  $Pr = 50$ ), le but étant de prouver la compatibilité entre les deux modèles. Un ajustement par moindres carrés a été utilisé dans Excel pour corréler  $Nu_z$  en fonction de  $\theta$  ( $R^2 = 0.998$ ), où  $z$  est supposé égal à la position du front de fusion au sommet de la cavité. Les différents cas étudiés sont présentés dans le Tableau 2.

Tableau 2: Les cas à exécuter dans le modèle simplifié

cas	Corrélation de nombre de Nusselt	Conductivité efficace
1	$Nu_z = 1$ (conduction)	$k_{eff} = \overline{Nu}_z \cdot k_l$
2	$Nu_z = 0.18 \left( \frac{Pr}{0.2+Pr} Ra_z \right)^{0.29}$ [23]	$k_{eff} = \overline{Nu}_z \cdot k_l$
3	$Nu_z = 0.18 \left( \frac{Pr}{0.2+Pr} Ra_z \right)^{0.29}$ [23]	$k_{eff} \sim k_l (1 + \overline{Nu}_z)$
4	Corrélation du CFD $Nu_z(\theta) = 2150 \cdot (SteFo) - 0.17$	$k_{eff} = \overline{Nu}_z \cdot k_l$
5	Corrélation du CFD $Nu_z(\theta) = 2150 \cdot (SteFo) - 0.17$	$k_{eff} \sim k_l (1 + \overline{Nu}_z)$

### 3. RESULTATS ET VALIDATION

Pour tester les solutions numériques réalisées sous MATLAB à l'aide de la méthode simplifiée, la valeur moyenne de la fraction liquide et la position du front de fusion à deux moments différents sont comparées aux résultats du modèle CFD d'une part, et aux résultats numériques des benchmarks rapportés par d'autres chercheurs d'autre part [28].

La comparaison avec les solutions de benchmarks utilise les résultats des trois chercheurs: Lacroix, Gobin-Vieira et Le Quéré. Différents algorithmes ont été utilisés dans ces travaux pour modéliser l'effet de convection pendant la fusion. Une méthode Euler-Lagrangienne pour le problème de fusion a été utilisée par Lacroix, Gobin et Vieira ont utilisé une méthode de suivi de front de fusion (front tracking method), alors que Le Quéré a utilisé la formulation enthalpique. Les détails de toutes ces méthodes se trouvent dans la référence [28]. La figure 1 montre un très bon accord entre le modèle CFD et le modèle simplifié en termes de la fraction liquide moyenne, en particulier dans les deux

cas 3 et 5, l'erreur moyenne a été trouvée inférieure à 6%. En comparant le modèle simplifié (cas 3 et 5) avec celui de Lacroix, l'erreur moyenne d'environ 5% a été trouvée. Une dispersion moyenne d'environ 10% et 12% a été trouvée en comparant avec les résultats de Le Quéré et Gobin-Vieira respectivement. Les résultats du modèle conductif (cas 1) montrent l'importance de prise en compte de l'effet de la convection durant la fusion, la fraction liquide moyenne a été améliorée d'environ 40%.

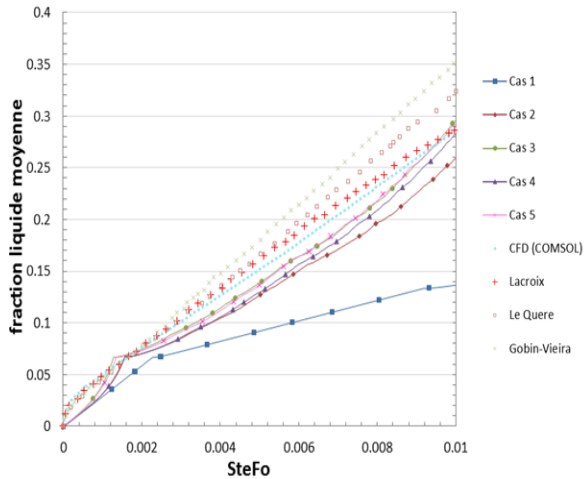


Figure 1: La fraction liquide moyenne en fonction du temps adimensionnel

L'examen des positions du front de fusion (Figure 2 et Figure 3) montre que les résultats du modèle basé sur l'approche de conductivité thermique efficace sont très proches de ceux obtenus avec le modèle CFD et sont en accord qualitatif en termes de forme globale de l'interface, en particulier pour les deux cas 3 et 5. À  $SteFo = 0.002$ , l'erreur moyenne entre le modèle simplifié (cas 2-5) et le modèle CFD est comprise entre  $\pm 1-5\%$ . De plus, les écarts moyens sont entre  $\pm 5-9\%$  et  $\pm 2-3.5\%$  en comparant avec les résultats de Lacroix et Le Quéré respectivement. À  $SteFo = 0.01$ , les dispersions à la moitié inférieure de la cavité sont de  $\pm 3-4\%$ , alors qu'à la moitié supérieure de la cavité sont de  $\pm 10-13\%$  en comparant avec le modèle CFD. En outre, les différences, à la moitié inférieure de l'enceinte, sont comprises entre  $\pm 3-4\%$  et  $\pm 1-2\%$  tandis qu'à la moitié supérieure, elles sont comprises entre  $\pm 6-8\%$  et  $\pm 9-13\%$  en comparant avec les résultats de Lacroix et Le Quere respectivement. Le front de fusion correspondant au modèle conductif (cas 1) se déplace parallèlement à la paroi gauche chauffée. La modélisation de la convection naturelle pendant la fusion améliore la position du front de fusion d'environ 55% à l'instant  $SteFo = 0.01$ .

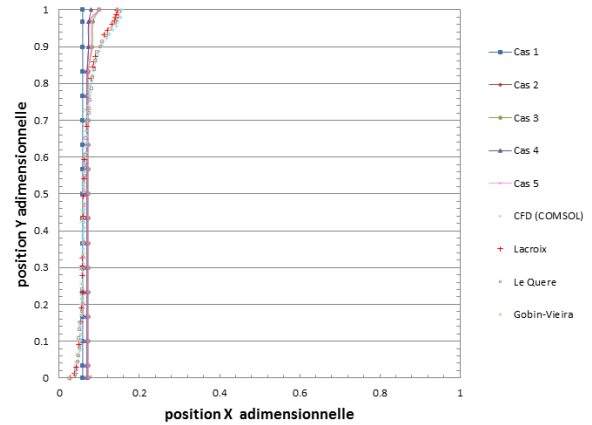


Figure 2: position du front de fusion à l'instant  $SteFo = 0.002$

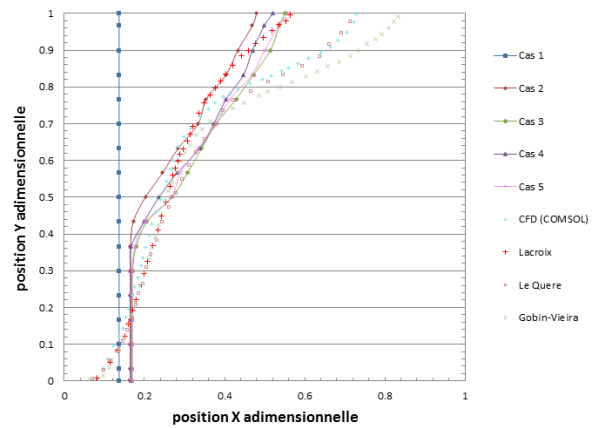


Figure 3: position du front de fusion à l'instant  $SteFo = 0.01$

#### 4. CONCLUSION

Le processus de fusion de l'octadécane dans une enceinte carrée chauffée à partir de sa paroi verticale gauche a été étudié afin d'obtenir une compréhension claire du rôle de la convection naturelle dans la zone liquide. Un modèle mathématique simplifié (c'est-à-dire sans recourir à la résolution complète des équations Navier-Stokes) pour le changement de phase, basé sur la théorie d'échelle et l'approche de la conductivité thermique efficace, pour tenir compte l'effet de la convection naturelle dans le MCP liquide, a été créé. Les résultats du modèle simplifié sont ensuite comparés à ceux d'un modèle CFD complet créé dans COMSOL, et aux résultats numériques de benchmarks trouvés dans la littérature. En particulier, une corrélation de Nusselt correspondante à notre cas d'étude a été proposée, sur la base du modèle CFD, et est ensuite implémentée dans le modèle simplifié. Les résultats montrent que, pour un temps de calcul 45 fois plus court que celui de la CFD, les valeurs de fraction liquide moyenne et de la position moyenne du front de fusion sont acceptables. De plus, Les résultats du modèle de conductivité efficace

proposé ont montré un très bon accord avec les résultats numériques des benchmarks. Le modèle proposé est simple à mettre en œuvre et peut gérer efficacement des problèmes de changement de phase dominés par la convection dans un temps de calcul relativement court. Cependant, ce modèle simplifié est une représentation conceptuelle de la réalité et il a été développé spécifiquement pour les applications pratiques de l'ingénierie thermique, où on cherche une évaluation annuelle de la performance énergétique.

## RÉFÉRENCES

- [1] SPARROW E, et PATANKAR S., "Analysis of melting in the presence of natural convection in the melt region," *ASME J Heat Transf*, vol. 99:520–6, 1977.
- [2] SPARROW E, et RAMSEY J., "Melting and natural convection due to a vertical embedded heater," *J Heat Transf*, p. 100:368–70, 1978.
- [3] YAO L. et CHEN F., "Effects of natural convection in the melted region around a heated horizontal cylinder," *ASME J Heat Transf*, vol. 102:667–72, 1980.
- [4] VOLLER V. et CROSS M., "An enthalpy method for convection/ diffusion phase change," *Int J Numer Methods Eng*, vol. 24:271–84., 1987.
- [5] SHATIKIAN V. et ZISKIND G. "Numerical investigation of a PCM-based heat sink with internal fins," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 48, no. 17, pp. 3689–3706, Aug. 2005.
- [6] FARAJI M. et EL QARNIA H., "Numerical study of melting in an enclosure with discrete protruding heat sources," *Appl. Math. Model.*, vol. 34, no. 5, pp. 1258–1275, May 2010.
- [7] WANG S. et FAGHRI A., "A comprehensive numerical model for melting with natural convection," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 53, no. 9–10, pp. 1986–2000, Apr. 2010.
- [8] FAGHRI A. et CAO Y. "Performance characteristics of a thermal energy storage module: a transient PCM/forced convection conjugate analysis," *Int. J. Heat Mass Transfer*, pp. 93–101, 1991.
- [9] DAMRONGLERD P. et ZHANG, "Modified temperature-transforming model for convection-controlled melting," *AIAA J. Thermophys. Heat Transfer* 21, p. 203–208., 2007.
- [10] MORGAN K., "A numerical analysis of freezing and melting with convection," *Comp. Meth. App. Eng.*, vol. Vol. 28, pp. 275–84, 1981.
- [11] GROULX D. et BIWOLE P. H., "Solar PV Passive Temperature Control Using Phase Change Materials," 2014.
- [12] CHATTERJEE D. et CHAKRABORTY S., "An enthalpy-based lattice Boltzmann model for diffusion dominated solid–liquid phase transformation," *Phys. Lett. A*, vol. 341, no. 1–4, pp. 320–330, Jun. 2005.
- [13] SEMMA E. A. et GANAOUI M., "Lattice Boltzmann method for melting/solidification problems," *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 335, no. 5–6, pp. 295–303, May 2007.
- [14] PRIETO M. M. et GONZALEZ B., "Fluid flow and heat transfer in PCM panels arranged vertically and horizontally for application in heating systems," *Renew. Energy*, vol. 97, pp. 331–343, Nov. 2016.
- [15] FARID M. et HUSIAN R., "An electrical storage heater using the phase change method of heat storage," *Energy Convers Manag*, vol. 30(3):219–30, 1990.
- [16] KAHRAMAN R., "A simplified model for melting of ice with natural convection," *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, vol. 25, pp. 359–368, 1998.
- [17] VIDALAIN G. et GOSSELIN L. "An enhanced thermal conduction model for the prediction of convection dominated solid–liquid phase change," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 52, no. 7–8, pp. 1753–1760, Mar. 2009.
- [18] JOHANSSON P., "Advanced Thermal Energy Storage Heat Transfer Study with Use of Comsol and Matlab," 2011.
- [19] COSTA M. et BUDDHI D. "Numerical simulation of a latent heat thermal energy storage system with enhanced heat conduction," *Energy Convers Manag*, vol. 39:319–30., 1998.
- [20] DOLADO P. et LAZARO A., "Characterization of melting and solidification in a real scale PCM-air heat exchanger: Numerical model and experimental validation," *Energy Convers. Manag.*, vol. 52, no. 4, pp. 1890–1907, Apr. 2011.
- [21] CASTELL A. et SOLE C., "An overview on design methodologies for liquid–solid PCM storage systems," *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 52, pp. 289–307, Dec. 2015.
- [22] JANY P. et BEJAN A., "Scaling theory of melting with natural convection in an enclosure," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 31, no. 6, pp. 1221–1235, Jun. 1988.
- [23] BEJAN A, *Convection heat transfer*, Fourth edition. Hoboken, New Jersey: Wiley, 2013.
- [24] ZIVKOVIC B. et FUJII I., "An analysis of isothermal phase change of phase change material within rectangular and cylindrical containers," *Sol. Energy*, vol. 70, no. 1, pp. 51–61, 2001.
- [25] HAN Z. et ZHENG M., "Numerical simulation of solar assisted ground-source heat pump heating system with latent heat energy storage in severely cold area," *Applied Thermal Engineering*, vol. 28(11-12), 1427-1436, 2008.
- [26] NAJJAR A. et HASAN A., "Modeling of greenhouse with PCM energy storage," *Energy Convers. Manag.*, vol. 49, no. 11, pp. 3338–3342, Nov. 2008.
- [27] QI Q., DENG S., et JIANG Y., "A simulation study on a solar heat pump heating system with seasonal latent heat storage," *Sol. Energy*, vol. 82, no. 8, pp. 669–675, Aug. 2008.
- [28] BERTRAND O. et AL., "Melting driven by natural convection A comparison exercise: first results," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 38 (1), pp. 5–26, 1999.
- [29] VOLLER V., "Fast implicit finite-difference method for the analysis of phase change problems," *Numer Heat Transfer Part B*, p. 17:155–69, 1990.
- [30] PATANKAR S. V., *Numerical heat transfer and fluid flow*. New York: McGraw-Hill., 1980.
- [31] FAVRE-MARINET M. et TARDU S., *Convective heat transfer: solved problems*. London : Hoboken, NJ: ISTE ; Wiley, 2009.
- [32] SAHA S. K. et DUTTA P., "Heat transfer correlations for PCM-based heat sinks with plate fins," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 30, no. 16, pp. 2485–2491, Nov. 2010.
- [33] OGOH W. et GROULX D., "Stefan's Problem: Validation of a One-Dimensional Solid-Liquid Phase Change Heat Transfer Process," in *Comsol Conference 2010*, 2010.
- [34] BIWOLE P. H., ECLACHE P., et KUZNIK F., "Phase-change materials to improve solar panel's performance," *Energy Build.*, vol. 62, pp. 59–67, Jul. 2013.